

دفترچه سؤالات مرحله دوم

سی و یکمین المپیاد فیزیک

سال برگزاری	تعداد سؤالات	زمان پاسخ‌گویی
۱۳۹۷	۶	۱۸۰ دقیقه

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

- ۱- این پاسخ‌نامه به صورت نیمه کامپیوتری تصحیح می‌شود، بنابراین از مچاله و کثیف کردن آن جداً خودداری نمایید.
- ۲- مشخصات خود را با اطلاعات بالای هر صفحه تطبیق دهید. در صورتی که حتی یکی از صفحات پاسخ‌نامه با مشخصات شما هم‌خوانی ندارد، بلافاصله مراقبین را مطلع نمایید.
- ۳- پاسخ هر سؤال را در محل تعیین شده خود بنویسید. چنان‌چه همه یا قسمتی از جواب سؤال را در محل پاسخ سؤال دیگری بنویسید، به شما نمره‌ای تعلق نمی‌گیرد.
- ۴- با توجه به آن‌که برگه‌های پاسخ‌نامه به نام شما صادر شده است، امکان ارائه هیچ‌گونه برگه اضافه وجود نخواهد داشت. لذا توصیه می‌شود ابتدا سؤالات را در برگه چرک‌نویس، حل کرده و آن‌گاه در پاسخ‌نامه پاک‌نویس نمایید.
- ۵- عملیات تصحیح توسط مصححین، پس از قطع سربرگ، به صورت ناشناس انجام خواهد شد. لذا از درج هرگونه نوشته یا علامت مشخصه که نشان‌دهنده صاحب برگه باشد، خودداری نمایید.
- ۶- از مخدوش کردن دایره‌ها در چهار گوشه صفحه و بارکدها خودداری کنید، در غیر این صورت برگه شما تصحیح نخواهد شد.
- ۷- همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه، ساعت هوشمند، دستبند هوشمند و لپ‌تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب خواهد شد.
- ۸- آزمون مرحله دوم برای دانش‌آموزان پایه دهم صرفاً جنبه آزمایشی و آمادگی دارد و شرکت‌کنندگان در دوره تابستانی از بین دانش‌آموزان پایه یازدهم انتخاب می‌شوند.
- ۹- هر سؤال این دفترچه ۱۰ نمره دارد.



۱- دو ریل موازی و بدون اصطکاک به فاصله d از یکدیگر بر روی سطح شیب‌داری که زاویه آن با افق θ است، قرار دارند. میله‌ای به جرم m مطابق شکل بر روی این ریل‌ها به پایین سر می‌خورد. شتاب گرانش، g ، رو به پایین و میدان مغناطیسی یکنواخت B رو به بالا است. انتهای ریل‌ها در پایین به صفحات خازنی به ظرفیت C متصل هستند. میله، ریل‌ها و سیم‌های اتصال همگی بدون مقاومت هستند. میله در لحظه $t = 0$ به فاصله l از پایین ریل‌ها است و در همین لحظه از حال سکون رها می‌شود.

(آ) سرعت رسیدن میله به انتهای ریل‌ها را به دست آورید.

(ب) مدت زمان لازم برای رسیدن میله به انتهای ریل‌ها را به دست آورید.

(پ) میزان بار ذخیره شده در خازن در این مدت را محاسبه کنید.

(ت) به ازای $\theta = 30^\circ$ ، $m = 0.5 \text{ g}$ ، $de = 8 \text{ cm}$ ، $l = 10 \text{ cm}$ ، $g = 10 \text{ m/s}^2$ ، $B = 1 \text{ T}$ و $C = 10000 \mu\text{F}$ ، مقادیر عددی کمیت‌های خواسته شده در قسمت‌های (آ) تا (پ) را به دست آورید.

۲- استوانه‌ای که دیواره‌های آن کاملاً عایق گرما است توسط یک پیستون بدون اصطکاک و عایق گرما به دو نیمه مساوی تقسیم شده است. هر نیمه استوانه محفظه بسته‌ای به حجم V_0 محتوی n مول گاز در فشار P_0 و دمای T_0 است. بنا به تعریف، نسبت C_p/C_v ضریب اتمیسته نام دارد که با γ نشان داده می‌شود و در این مسئله $\gamma = 5/3$ فرض می‌شود. C_p و C_v به ترتیب ظرفیت گرمایی مولی گاز در فشار و حجم ثابت هستند. به کمک یک گرمکن برقی مقداری گرما به گاز محفظه سمت چپ می‌دهیم که باعث انبساط آن می‌شود. در حالت تعادل فشار گاز در هر طرف به $2\gamma P_0/8$ می‌رسد. با توجه به این که برای گاز کامل در فرآیند بی‌دررو کمیت PV^γ ثابت است، کمیت‌های زیر را برحسب R ثابت گازها، T_0 و n به دست آورید.

(آ) دمای مطلق نهایی گاز سمت راست.

(ب) کار انجام شده روی گاز سمت راست.

(پ) دمای مطلق نهایی گاز سمت چپ.

(ت) گرمای داده شده به گاز سمت چپ.

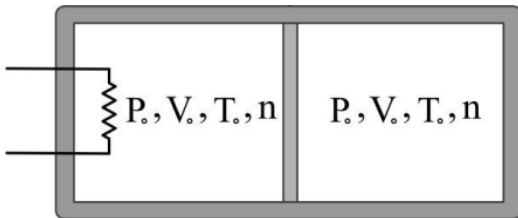


محاسبات و نکته‌های مهم



برای گاز کامل تک اتمی $\gamma = 5/3$ و برای گاز کامل دو اتمی $\gamma = 7/5$ است.

ث) فرض کنید n_1 مول گاز کامل تک اتمی را با n_2 مول گاز کامل دو اتمی مخلوط کرده‌ایم. نسبت n_2/n_1 چقدر باشد تا $\gamma = 3/2$ شود؟



۳- استوانه‌ای قائم حاوی جیوه حول محور تقارن خود (محور z در شکل) با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد. شتاب گرانش g در راستای محور z و رو به پایین است. بر اثر چرخش، جیوه در قسمت میانی فرو رفته می‌شود و در کناره‌های استوانه بالا می‌آید، به طوری که برش قائم دستگاه در صفحه $x-z$ مطابق شکل است. از هر نوع اثر موئینگی چشم‌پوشید.

آ) نقطه‌ای روی سطح جیوه بگیرید و مختصات آن را x و z بنامید. فرض کنید مماس بر سطح جیوه در این نقطه با امتداد افق زاویه θ بسازد. اگر جزء کوچکی از جیوه را در این نقطه در نظر بگیرید، سایر اجزاء به آن نیرو وارد می‌کنند که برآیند آن‌ها عمود بر سطح جیوه است. با توجه به این نکته $\tan \theta$ را به دست آورید.

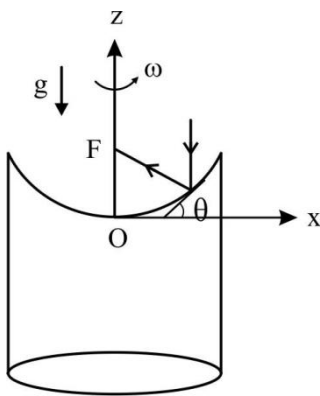
ب) منحنی $x-z$ این مسئله از نوع $z = ax^2$ است که تانژانت مماس بر آن در هر نقطه $2ax$ است. با توجه به این که فشار در نقطه‌ای به عمق h از سطح آزاد مایع به اندازه ρgh از فشار در سطح آن بیشتر است و سطح آزاد مایع یک سطح هم‌فشار است، رابطه‌ای برای $P(x, z)$ فشار در نقاط داخل مایع بنویسید. فشار هوا را P_0 بگیرید.

پ) فرض کنید یک دسته پرتو از بالا به پایین به موازات محور z به سطح جیوه که مانند آینه عمل می‌کند، بتابد. هر جزء کوچک از سطح جیوه مانند یک آینه تخت است که زاویه‌های تابش و بازتابش از روی آن با هم برابرند. یک پرتو دلخواه در فاصله x از محور z در نظر بگیرید و محل برخورد پرتو بازتابیده با محور z که در شکل با F نشان داده شده را به دست آورید.

ت) می‌توان قسمت کوچکی از سطح جیوه را در گودترین نقطه مانند سطح یک کره تصور کرد. شعاع این کره را برحسب پارامترهای مسئله حساب کنید.



محاسبات و نکته‌های مهم



۴- در ظرف شکل مقابل دو مایع مخلوط‌نشده (مثل آب و روغن) به چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 ($\rho_2 > \rho_1$) روی هم قرار گرفته‌اند. یک قطعه مکعب مستطیل به ابعاد a ، b و c که چگالی آن ρ است و $\rho_1 < \rho < \rho_2$ داخل این سامانه قرار می‌گیرد به طوری که یال a در امتداد قائم باشد. مساحت کف ظرف A است و $a < b < c$.

آ) طول‌های a_1 و a_2 از مکعب مستطیل که در مایع‌های به چگالی ρ_1 و ρ_2 قرار می‌گیرد را برحسب داده‌های ذکر شده حساب کنید.

ب) فرض کنید کف ظرف تراز صفر انرژی پتانسیل گرانشی باشد. با توجه به این که انرژی پتانسیل یک مکعب مستطیل mgh است که h ارتفاع مرکز آن مکعب مستطیل از تراز صفر است. انرژی پتانسیل گرانشی دستگاه را در حالت یاد شده حساب کنید و آن را U_a بنامید. ارتفاع مایع‌ها را مطابق شکل h_1 و h_2 بگیرید.

پ) انرژی پتانسیل یک مکعب مستطیل را در حالت‌هایی که یال b و یا یال c در راستای قائم باشند نیز حساب کنید. مقادیر U_a ، U_b و U_c را به ترتیب بزرگی معرفی کنید.

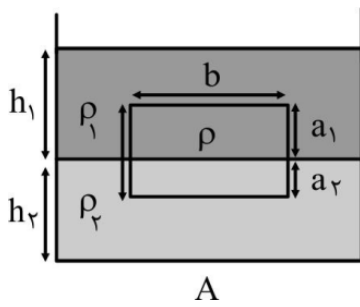
ت) در همان حال که یال a در امتداد قائم است، مکعب مستطیل به اندازه طول کوچک x در راستای قائم به طرف بالا جابجا می‌شود. نیروهای وارد بر مکعب مستطیل را به دست آورید و معادله حرکت نیوتن را برای این دستگاه بنویسید. فرض کنید مایع‌ها هیچ گونه مقاومت و اصطکاکی در برابر حرکت جسم ندارند. همچنین به دلیل تلاطم ایجاد شده در مایع‌ها، جرم مؤثر مکعب مستطیل را α برابر جرم آن بگیرید که $\alpha > 1$.

ث) معادله حرکت به دست آمده را با نوسانگر هماهنگی به جرم m که به فنری به ضریب k متصل است مقایسه کنید و از آن جا بسامد زاویه‌ای نوسان دستگاه، ω_a را حساب کنید.

ج) برای حالت‌هایی که یال b و یا یال c در راستای قائم باشند نیز ω_b و ω_c را حساب کنید و آن‌ها را به ترتیب بزرگی معرفی کنید.

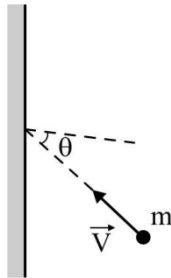


محاسبات و نکته‌های مهم

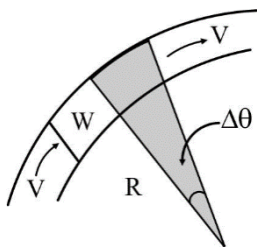


۵- ذره‌ای به جرم m با سرعت \vec{v} به یک دیوار ثابت برخورد می‌کند و پس از برخورد آن را ترک می‌کند. زاویه \vec{v} با عمود بر دیوار θ است. در این برخورد انرژی تلف نمی‌شود و دیوار فقط در امتداد عمود بر خودش نیرو وارد می‌کند. در بخش‌های آ، ب، پ و ت گرانش را در نظر نگیرید.

(آ) فرض کنید برخورد، بین لحظات t_1 و t_2 اتفاق می‌افتد. نیروی متوسط دیوار بر روی ذره را برحسب m, v, θ, t_1 و t_2 به دست آورید.



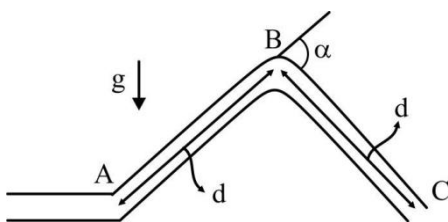
(ب) حال فرض کنید قطاری از ذرات که جرم هر یک m و فاصله آنها از هم l است مشابه ذره فرض قبل با سرعت \vec{v} به دیوار برخورد می‌کنند و زاویه مسیر حرکت آنها با عمود بر دیوار θ است. نیروی میانگین وارد بر دیوار را برحسب m, v, θ و l حساب کنید.



(پ) در قسمت قبل فرض کنید $l \rightarrow 0$ و $\frac{m}{l} \rightarrow \lambda$. در این صورت به جای قطار ذرات یک جریان پیوسته داریم. از این جا نیروی شاره پیوسته‌ای با چگالی طولی (جرم واحد طول) λ در برخورد با دیوار را برحسب λ, v و θ حساب کنید.

(ت) در یک نهر آب به عرض w آب تا ارتفاع h با سرعت v در جریان است. فرض کنید در جایی، نهر مسیری دایره‌ای شکل طی می‌کند به طوری که شعاع این دایره برای دیوار بیرونی R باشد که از w خیلی بزرگ تر است. قطعه کوچکی از مسیر آب که متناظر با زاویه کوچک $\Delta\theta$ است را در نظر بگیرید و نیروی وارد شده بر دیوار بیرونی در این قسمت را حساب کنید. سپس فشار وارد شده بر دیواره بیرونی به واسطه چرخش آب را برحسب ρ چگالی آب، v, h, w و R حساب کنید.

(ث) لوله غیرقابل انعطاف ABC به طول $2d$ و جرم M در وسط به اندازه زاویه α خم شده است. سطح مقطع داخلی لوله s است. این لوله در نقطه A با یک اتصال قابل انعطاف به لوله‌ای ثابت و افقی وصل است که از آن جریان آب با چگالی ρ و سرعت v به داخل لوله ABC وارد می‌شود. اتصال در نقطه A چنان است که زاویه AB با لوله ثابت می‌تواند تغییر کند. در این بخش شتاب گرانش مطابق شکل عمود بر لوله ثابت است. اگر لوله ABC مطابق شکل در حالت ثابتی قرار گیرد که نقاط A و C در یک ارتفاع باشند، نیروی قائمی که اتصال قابل انعطاف در نقطه A بر لوله ABC وارد می‌کند چقدر است؟



وارد می‌شود. اتصال در نقطه A چنان است که زاویه AB با لوله ثابت می‌تواند تغییر کند. در این بخش شتاب گرانش مطابق شکل عمود بر لوله ثابت است. اگر لوله ABC مطابق شکل در حالت ثابتی قرار گیرد که نقاط A و C در یک ارتفاع باشند، نیروی قائمی که اتصال قابل انعطاف در نقطه A بر لوله ABC وارد می‌کند چقدر است؟



محاسبات و نکته‌های مهم

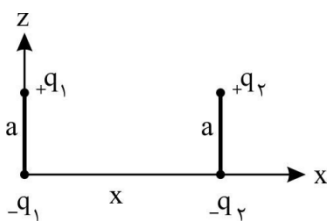


۶- دو قطبی الکتریکی دستگاهی است متشکل از دو بار نقطه‌ای $+q$ و $-q$ به فاصله a از یکدیگر، که در حالت حدی $a \rightarrow 0$ بررسی می‌شوند به طوری که $p = qa$ کمیتی متناهی موسوم به ممان دوقطبی باشد. فرض کنیم بار $-q$ در نقطه‌ای با بردار مکان \vec{r} و بار $+q$ در نقطه‌ای با بردار مکان \vec{r} و بار $+q$ در نقطه‌ای با بردار مکان $\vec{r} + \vec{a}$ قرار داشته باشد. در حالت حدی $a \rightarrow 0$ دوقطبی را موجودی نقطه‌ای در نقطه \vec{r} می‌گیریم که با بردار $\vec{p} = qa$ توصیف می‌شود.

(آ) دو قطبی \vec{p} در نقطه $(0, 0, -a/2)$ و بار $+q$ در نقطه $(0, 0, a/2)$ در نظر بگیرید. میدان الکتریکی این دستگاه را در نقطه $(0, 0, z)$ حساب کنید. با استفاده از بسط داده شده در انتهای مسئله جواب را در حد $a \rightarrow 0$ و $qa \rightarrow p$ به دست آورید.

(ب) همین مسئله را برای نقطه $(x, 0, 0)$ تکرار کنید.

(پ) می‌دانیم که انرژی پتانسیل برهم کنش دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله l از یکدیگر از رابطه $U = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 l}$ به دست می‌آید. در



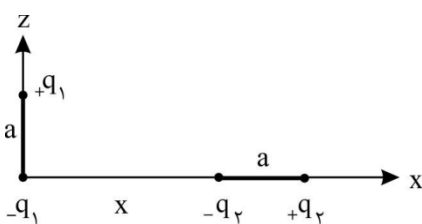
این بخش می‌خواهیم انرژی پتانسیل برهم کنش دو دوقطبی p_1 و p_2 را حساب کنیم. فرض کنید

\vec{p}_1 در مبدأ مختصات است و بردار آن به سمت $+z$ است. \vec{p}_2 نیز در نقطه $(x, 0, 0)$ است و آن هم به

سمت $+z$ است. برای محاسبه انرژی پتانسیل، دوقطبی‌ها را مطابق شکل ۱ به صورت بارهای

تشکیل دهنده آن‌ها در نظر بگیرید.

انرژی پتانسیل دو به دوی بارها را با هم جمع کنید، ولی انرژی پتانسیل برهم کنش بین دو باری که یک دوقطبی را تشکیل می‌دهند در نظر نگیرید. سپس حد $a \rightarrow 0$ ، $q_1 a \rightarrow p_1$ و $q_2 a \rightarrow p_2$ را در نظر بگیرید و با استفاده از بسط داده شده در انتهای مسئله پاسخ را به دست آورید.



(ت) دو قطبی‌های بخش قبل را در همان محل‌های قبلی بگیرید اما این بار فرض کنید \vec{p}_1 در

جهت $+z$ و \vec{p}_2 در جهت $+x$ است. سپس همان مراحل را تکرار کنید. به شکل ۲ نگاه کنید.

راهنمایی: برای هر $\epsilon < 1$ و n هر عدد دلخواه مثبت یا منفی داریم

$$(1 + \epsilon)^n = 1 + n\epsilon + \frac{n(n-1)}{2!}\epsilon^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\epsilon^3 + \dots$$



محاسبات و نکته‌های مهم



محاسبات و نکته‌های مهم





○ آشنایی و برنامه‌ریزی المپیادهای علمی

○ اطلاع‌رسانی تمام اخبار المپیادی کشور

○ مشاوره و کلاس‌های آنلاین

○ آزمون‌های آنلاین المپیاد

○ معرفی منابع و فروشگاه کتاب آنلاین



برای دریافت، تصویر بالا را اسکن یا
"المپیاد آیریسک" را جستجو کنید.



@irysccom



@irysc



iran.olympiad