

دفترچه سؤالات مرحله دوم

سی و سومین المپیاد فیزیک

سال برگزاری	تعداد سؤالات	زمان پاسخ‌گویی
۱۳۹۹	۷	۲۴۰ دقیقه

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

- ۱- این پاسخ‌نامه به صورت نیمه کامپیوتری تصحیح می‌شود، بنابراین از مچاله و کثیف کردن آن جداً خودداری نمایید.
- ۲- مشخصات خود را با اطلاعات بالای هر صفحه تطبیق دهید. در صورتی که حتی یکی از صفحات پاسخ‌نامه با مشخصات شما هم‌خوانی ندارد، بلافاصله مراقبین را مطلع نمایید.
- ۳- پاسخ هر سؤال را در محل تعیین شده خود بنویسید. چنان‌چه همه یا قسمتی از جواب سؤال را در محل پاسخ سؤال دیگری بنویسید، به شما نمره‌ای تعلق نمی‌گیرد.
- ۴- با توجه به آن‌که برگه‌های پاسخ‌نامه به نام شما صادر شده است، امکان ارائه هیچ‌گونه برگه اضافه وجود نخواهد داشت. لذا توصیه می‌شود ابتدا سؤالات را در برگه چرک‌نویس، حل کرده و آن‌گاه در پاسخ‌نامه پاک‌نویس نمایید.
- ۵- عملیات تصحیح توسط مصححین، پس از قطع سربرگ، به صورت ناشناس انجام خواهد شد. لذا از درج هرگونه نوشته یا علامت مشخصه که نشان‌دهنده صاحب برگه باشد، خودداری نمایید.
- ۶- از مخدوش کردن دایره‌ها در چهار گوشه صفحه و بارکدها خودداری کنید، در غیر این صورت برگه شما تصحیح نخواهد شد.
- ۷- همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه، ساعت هوشمند، دستبند هوشمند و لپ‌تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب خواهد شد.
- ۸- آزمون مرحله دوم برای دانش‌آموزان پایه دهم صرفاً جنبه آزمایشی و آمادگی دارد و شرکت‌کنندگان در دوره تابستانی از بین دانش‌آموزان پایه یازدهم انتخاب می‌شوند.
- ۹- هر سؤال این دفترچه ۱۰ نمره دارد.
- ۱۰- استفاده از خودکار قرمز فقط جهت پاسخ‌گویی به سؤال ۶ (روی نقشه) مجاز است.



توضیح ضروری: در این آزمون هر سؤال شامل بخش‌های توضیحی است که فرض‌های سؤال را توضیح می‌دهد. این بخش‌ها با حروف معمولی نگاشته شده‌اند. خواسته‌های سؤال با حروف سیاه نگاشته شده‌اند.

«استفاده از خودکار قرمز، صرفاً برای پاسخ‌گویی به قسمتی از سؤال ۶ (بر روی نقشه) مجاز می‌باشد»

سؤال ۱) نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم m با دامنه A_0 و بسامد زاویه‌ای ω حول مبدأ $x=0$ نوسان می‌کند و در لحظه $t=0$ به سمت مثبت از مبدأ مختصات عبور می‌کند.

آ) معادله $x(t)$ و $v(t)$ را بنویسید که به ترتیب جابه‌جایی از مکان تعادل و سرعت لحظه‌ای نوسانگر هستند.

فرض کنید بر اثر اصطکاک با هوا یک نیروی مقاوم کوچک متناسب با سرعت به صورت $f = -bv$ بر نوسانگر اثر کند که در آن b یک ضریب ثابت است. این نیرو آنقدر کوچک است که در طی مدت یک دوره نوسان ($T = 2\pi/\omega$) تأثیر اندکی دارد و معادلت $x(t)$ و $v(t)$ را بر هم نمی‌زند. همچنین انرژی و دامنه نوسانگر در طی زمان‌هایی در حدود دوره نوسان، ثابت است؛ اما در زمان‌هایی که بسیار بزرگ‌تر از دوره نوسان است و آن‌ها را با τ نشان می‌دهیم، به دلیل نیروی مقاوم آرام آرام کاهش پیدا می‌کند، به طوری که آهنگ اتلاف انرژی با توان متوسط نیروی مقاوم برابر است $(\bar{P} = dE/d\tau)$. بسامد نوسانگر همواره ثابت است.

ب) توان لحظه‌ای اتلافی توسط نیروی مقاوم و متوسط آن را در یک دوره نوسان بر حسب t, b, ω و A به دست آورید، که در آن A دامنه در زمان موردنظر است. (لازم به ذکر است که توان لحظه‌ای برای یک نیروی متغیر حاصل ضرب آن نیرو در سرعت متحرک است. همچنین برای حرکت‌های سینوسی مقدار متوسط عبارت‌های نوسانی مثل $\cos \omega t, \sin \omega t, \cos^2 \omega t$ و ... در یک دوره نوسان صفر است و مقدار متوسط هر عبارت ثابت برابر خود آن عبارت است.)

پ) انرژی نوسانگر بر حسب زمان‌های بزرگ، $E(\tau)$ را بر حسب A_0, ω, b, τ و m به دست آورید که در اینجا زمان τ در مقیاس زمان‌هایی است که بسیار بزرگ‌تر از دوره نوسان است.

(پاسخ سؤال حاوی تابعی موسوم به تابع نمایی است که خواص آن در انتهای سؤال توضیح داده شده است.)

ت) $A(\tau)$ را بر حسب A_0, b و m به دست آورید که در این جا نیز زمان τ در مقیاس زمان‌هایی است که بسیار بزرگ‌تر از دوره نوسان است.



محاسبات و نکته‌های مهم



برای جبران انرژی از دست رفته نوسانگر می‌خواهیم بعد از گذشت زمان $\tau_0 = N_0 T$ ، که در آن N_0 عدد صحیح بسیار بزرگی است، با زدن ضربه‌ای به نوسانگر مجدداً انرژی آن را به مقدار اولیه برسانیم. برای این کار درست در لحظه‌ای که نوسانگر در انتهای مسیر خود با دامنه $A(\tau_0)$ می‌رسد به آن ضربه‌ای وارد می‌کنیم تا سرعت آن از صفر به سرعتی برسد که بعد از آن با همان دامنه A_0 به نوسان ادامه دهد.

ث) اگر ضربه در مدت زمان بسیار کوچک δt که از دوره نوسان بسیار کوچک‌تر است به نوسانگر نواخته شود، نیروی متوسط وارد بر نوسانگر را بر حسب b ، A_0 ، τ_0 ، ω و m و δt به دست آورید.

ج) مقادیر عددی کمیت‌های مرتبط را به صورت زیر در نظر بگیرید.

$$m = 1.0 \times 10^{-2} \text{ g} \quad , \quad \omega = 1.0 \times 10^2 \text{ rad/s} \quad , \quad b = 1.0 \times 10^{-3} \text{ kg/s}$$

$$A_0 = 5.0 \text{ cm} \quad , \quad \delta t = 2.0 \times 10^{-4} \text{ s}$$

به ازای این داده‌ها معلوم کنید مدت زمانی که دامنه نوسان نصف می‌شود چند ثانیه است و چند برابر دوره نوسان است. همچنین با فرض آن که ضربه مذکور در بخش ث، درست در لحظه‌ای که دامنه نصف شده، به جسم نواخته شده باشد، اندازه نیروی متوسط خواسته شده در بخش ث را به دست آورید. جواب‌های عددی را با دو رقم با معنی حساب کنید.

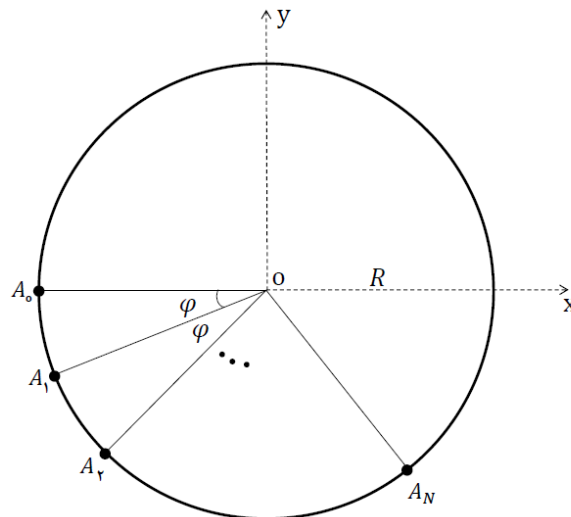
خواص تابع نمایی

تابع نمایی، \exp ، تابعی است توانی که در آن عدد گنگ ... $e = 2.718$ به توان متغیر می‌رسد: $\exp(x) = e^x$ مهم‌ترین خاصیت این تابع آن است که مشتق آن با خودش برابر است $(\frac{d}{dx} e^x = e^x)$ ، به طوری که می‌توان نوشت: $\frac{d}{dx} (Ae^{ax}) = a(Ae^{ax})$ که در آن A و a ثابت هستند. عکس تابع نمایی، لگاریتم طبیعی یا لگاریتم در پایه e است و با نماد \ln نشان داده می‌شود، به طوری که $y = e^x$ نتیجه می‌دهد $x = \ln y$. مفید است بدانید که تا دو رقم اعشار داریم $\ln 2 = 0.69$

سؤال ۲) آرایه‌ای از بارهای q مطابق شکل روی محیط دایره‌ای به مرکز O و شعاع R قرار دارند. نخستین بار در نقطه A_0 روی محور افقی و بارهای بعدی در نقاط A_1 ، A_2 ، ... و A_N قرار گرفته‌اند، به طوری که زاویه بین شعاع‌های واصل از نقطه O به دو نقطه متوالی A_k و A_{k+1} مقدراً ثابت φ باشد. تعداد کل بارها نیز $N+1$ است.



محاسبات و نکته‌های مهم



آ) محورهای مختصات را مطابق شکل بگیرید و مؤلفه‌های میدان الکتریکی کل در نقطه O را به صورت یک مجموع روی $\cos n\varphi$ و $\sin n\varphi$ به دست آورید.

ب) می‌خواهیم جواب‌های سری قسمت قبل را به طور صریح به دست آوریم. برای این کار بردارهایی را که می‌خواهید جمع کنید دنبال هم بکشید و با استفاده از استدلال‌های هندسی، اندازه میدان الکتریکی کل و زاویه آن با محور x را بر حسب φ ، N ، q و ثابت‌های فیزیکی معین کنید و سپس مؤلفه‌های میدان الکتریکی کل را در امتداد محورهای x و y حساب کنید.

حال فرض کنید بارها یک در میان $+q$ و $-q$ باشند به طوری که بار اولی واقع در A_0 مثبت باشد. تعداد کل آن‌ها نیز همان $N+1$ است.

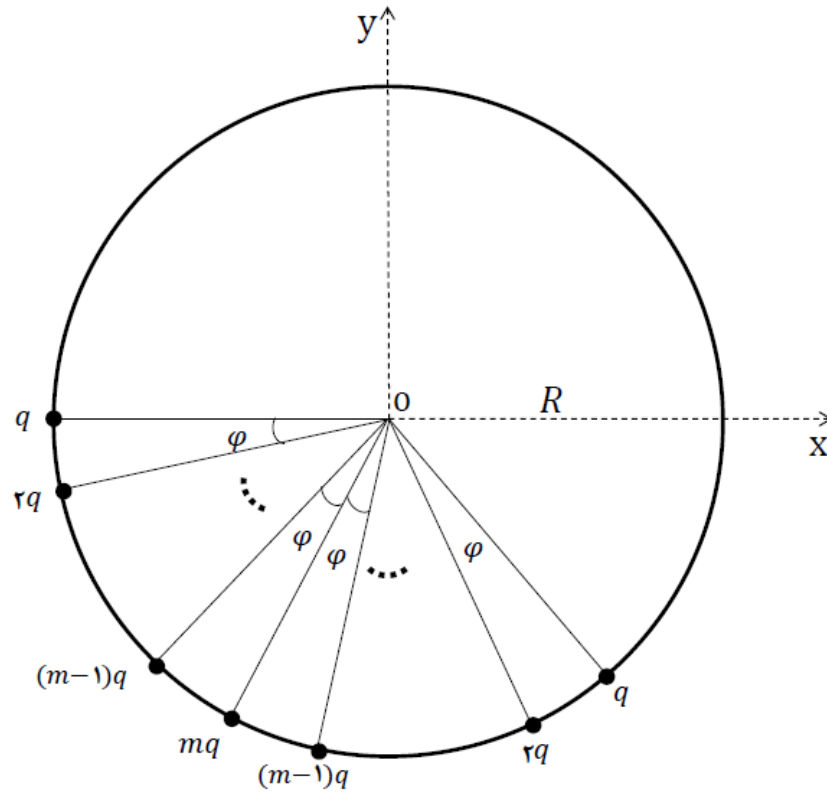
پ) برای N زوج، مؤلفه‌های میدان الکتریکی در نقطه O را از روش هندسی بخش ب به دست آورید.

ت) برای N فرد نیز مؤلفه‌های میدان الکتریکی در نقطه O را از روش هندسی بخش ب به دست آورید.

ث) با استفاده از روش هندسی بخش ب مؤلفه‌های میدان الکتریکی در نقطه O را برای آرایه زیر به دست آورید. (جواب صریح مورد نظر است نه جواب سری)



محاسبات و نکته‌های مهم



سؤال ۳) یک نمونه از یک ماده پرتوزا (یا رادیواکتیو) را در نظر بگیرید که با گذشت زمان واپاشیده می‌شود. احتمال واپاشی یک اتم در واحد زمان را ثابت واپاشی (یا فروپاشی) می‌نامند و با λ نمایش می‌دهند. این کمیت را مقدار ثابتی در نظر بگیرید.

آ) فرض کنید در لحظه t ، تعداد هسته پرتوزا در یک نمونه موجود باشد. پس از گذشت زمان بسیار کوچک Δt تعداد هسته‌های پرتوزا به مقدار ΔN تغییر می‌کند. رابطه‌ای بین ΔN ، Δt و λ بیابید.

ب) با استفاده از بخش آ، $\frac{dN}{dt}$ را بر حسب N و λ بیان کنید.

پ) با استفاده از توضیحات انتهایی سؤال در مورد تابع نمایی، $N(t) = a \exp(bt)$ خواهد بود. a و b را بر حسب ثابت واپاشی و N_0 (تعداد هسته‌های مادر پرتوزای موجود در نمونه در $t = 0$) بیابید.

ت) رابطه بین ثابت واپاشی و نیمه عمر نمونه (τ) را به دست آورید.



محاسبات و نکته‌های مهم



یک هسته مادر پرتوزای اولیه می‌تواند به دو طریق واپاشیده شود و در هر واپاشی یک هسته دختر متفاوت ایجاد شود.

ث) اگر نیمه عمر هر واپاشی τ_1 و τ_2 باشد، تعداد هسته‌های دختر تولید شده، N_1 و N_2 را در زمان t بیابید.

(هسته‌های دختر پایدار هستند و تعداد هسته‌های مادر اولیه را N_0 در نظر بگیرید).

یکی از راه‌های تولید نمونه‌های پرتوزا قرار دادن هدفی متشکل از هسته‌های پایدار در یک راکتور است. هسته‌های هدف با جذب نوترون یا ذرات باردار، نمونه پرتوزا تولید می‌کنند. آهنگ تولید یک نمونه پرتوزا (تعداد هسته‌های پرتوزای تولید شده در واحد زمان) که آن را با R نمایش می‌دهند، با تقریب بسیار خوبی مستقل از زمان بوده و کمیت ثابتی است. فرض کنید در این فرآیند هسته‌های پرتوزایی با ثابت واپاشی λ تولید شود.

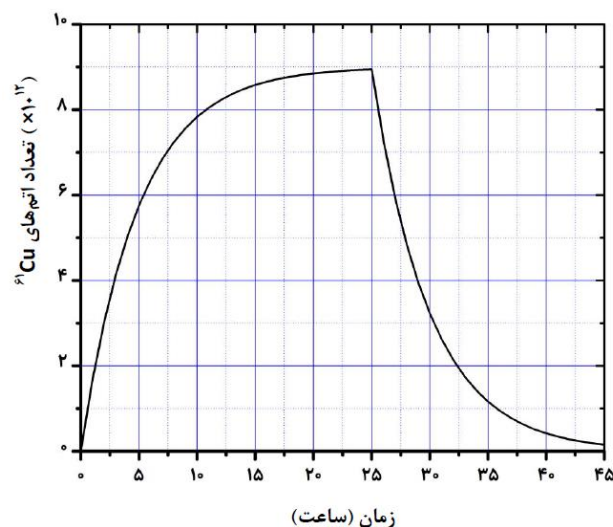
ج) در این حالت $\frac{dN}{dt}$ را بر حسب $N(t)$ ، R و λ به دست آورید که $N(t)$ تعداد هسته‌های پرتوزا در لحظه t است.

چ) اگر در زمان $t = 0$ هیچ هسته پرتوزایی در هدف وجود نداشته باشد، تعداد هسته‌های پرتوزا به صورت زیر وابسته به زمان است:

$$N(t) = \alpha + \beta \exp(\gamma t)$$

α ، β و γ را بر حسب آهنگ تولید و ثابت واپاشی بیابید.

در یک راکتور، به مدت ۲۵ ساعت، هسته ${}^{61}\text{Ni}$ توسط نوترون بمباران شده و ${}^{61}\text{Cu}$ تولید می‌شود و سپس راکتور خاموش می‌شود. شکل زیر تغییرات تعداد اتم‌های ${}^{61}\text{Cu}$ را نسبت به زمان نشان می‌دهد.



محاسبات و نکته‌های مهم





ح) مقدار عددی ثابت واپاشی ^{61}Cu را بر حسب عکس ساعت (h^{-1}) بیان کنید.

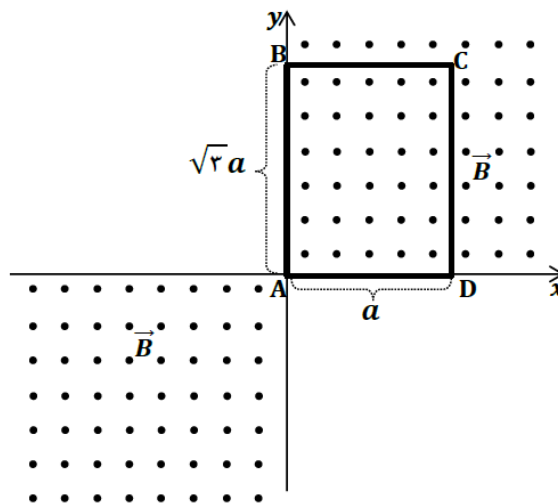
خ) آهنگ تولید در این راکتور چقدر است؟

د) حاصل ضرب ثابت واپاشی در تعداد هسته‌های پرتوزا در هر لحظه را اکتیویته می‌نامند. زمان لازم برای آنکه ۷۵ درصد اکتیویته بیشینه بر اثر پرتودهی حاصل شود، چند برابر نیمه عمر است؟

خواص تابع نمایی

تابع نمایی، \exp ، تابعی است توانی که در آن عدد گنگ ... $e = ۲٫۷۲$ به توان متغیر می‌رسد: $\exp(x) = e^x$ مهم‌ترین خاصیت این تابع آن است که مشتق آن با خودش برابر است $(\frac{d}{dx} e^x = e^x)$ ، به طوری که می‌توان نوشت: $\frac{d}{dx}(Ae^{ax}) = a(Ae^{ax})$ که در آن A و a ثابت هستند. عکس تابع نمایی، لگاریتم طبیعی یا لگاریتم در پایه e است و با نماد \ln نشان داده می‌شود، به طوری که $y = e^x$ نتیجه می‌دهد $x = \ln y$. مفید است بدانید که تا دو رقم اعشار داریم $\ln ۲ = ۰٫۶۹$

سؤال ۴) قاب مستطیلی ABCD را در نظر بگیرید. مطابق شکل راس A در مبدأ مختصات ثابت شده است. در زمان $t = 0$ ضلع‌های $AB = \sqrt{۳}a$ و $DA = a$ بر روی محورهای مختصات و به ترتیب در جهت $+y$ و $+x$ قرار دارند. قاب مستطیلی با سرعت زاویه‌ای ثابت ω شروع به دوران ساعتگرد حول مبدأ مختصات می‌کند.



محاسبات و نکته‌های مهم





(آ) اگر میدان $\vec{B} = B_0 \hat{k}$ عمود بر صفحه قاب در ربع اول و سوم مختصات برقرار باشد، شار میدان مغناطیسی را در یک دور کامل

چرخش در تمام زمان‌ها برحسب a ، ω ، B_0 و t به دست آورید. (نیم خط عمود بر صفحه قابل را در جهت \hat{k} در نظر بگیرید.)

(ب) نیروی محرکه القایی متناظر با میدان مغناطیسی قسمت الف را به دست آورید.

(پ) حال فرض کنید که میدان مغناطیسی در ربع اول و سوم به صورت $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \hat{k}$ باشد. در این صورت شار مغناطیسی

گذرنده از قاب در لحظه t و نیروی محرکه القا شده در قاب $\varepsilon(t)$ را به دست آورید.

(ت) نیروی محرکه القایی برای میدان مغناطیسی بخش پ را تابعی از زاویه چرخش $\theta = \omega t$ برحسب رادیان بگیرید. معین کنید در

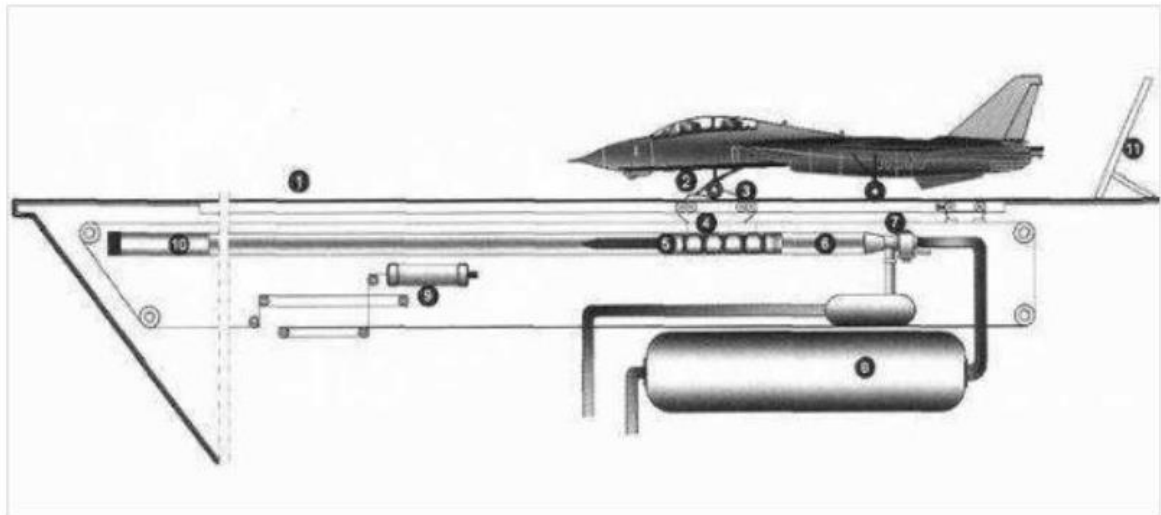
چه بازه‌هایی از θ ، نیروی محرکه القایی ساعتگرد و در چه بازه‌هایی پادساعتگرد است؟

سؤال ۵) اطلاعات جانبی مربوط به سؤال:

ناو هواپیما بر یک کشتی جنگی است که برای حمل کردن و پوشش دادن هواپیماها و بالگردهای جنگی طراحی شده است و به عنوان یک فرودگاه شناور عمل می‌کند. این گونه هواپیماها می‌توانند بدون سوخت‌گیری و توقف، در مسافت‌های دور عملیات خود را انجام دهند. ناو هواپیما بر یک جنگ‌افزار بسیار گران‌قیمت است و تعداد آن‌ها کم است. مساحت کل عرشه پروازی در یک ناو برابر با $1/8$ هکتار یعنی 18000 متر مربع است. طول عرشه برابر با 333 متر یعنی معادل طول سه زمین فوتبال بین‌المللی و بسیار کوچک‌تر از اندازه باند فرودگاه‌های معمولی است؛ و عرضه عرشه پروازی برابر با 78 متر یعنی بیش از متوسط عرض یک زمین فوتبال استاندارد است. به همین دلیل خلبان‌های نیروی دریایی باید مهارت‌های ویژه‌ای داشته باشند. نحوه برخاستن هواپیماها از روی ناو روش‌های گوناگونی دارد. در ناوهای اتمی از سیستمی به اسم منجنیق یا کاتاپولت (شتاب‌دهنده هواپیما) برای به حرکت در آوردن هواپیما استفاده می‌کنند. در این روش، هواپیما بر روی یک ریل قرار گرفته و همزمان با روشن شدن موتور توسط کاتاپولت نیز به پیش رانده می‌شود. وقتی تمام این مراحل انجام گرفت، افسر کاتاپولت معروف به شوتر، که در یک گنبد شیشه‌ای روی عرشه پروازی بر تمام مراحل نظارت دارد، سوپاپ سیلندرهای کاتاپولت را باز می‌کند، در نتیجه سیلندرهای بخار آب پرفشار تولید شده در راکتور ناو پر می‌شوند. این بخار بخشی از نیروی رانشی لازم برای ادامه پرواز با سرعت ایمن را تأمین می‌کند. اگر میزان این بخار، که بستگی به نوع هواپیما دارد، کم باشد نیروی بالابر کافی نیست و هواپیما به داخل اقیانوس پرتاب می‌شود و اگر زیاد باشد موجب شکستن چراغ دماغه خواهد شد.

محاسبات و نکته‌های مهم





یک هواپیما به جرم ۱۸ تن برای پرواز باید ضمن حرکت بر روی عرشه از حالت سکون به سرعت ۱۵۰ گره دریایی (knot) برسد. هر گره دریایی را برای سادگی $1.8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ در نظر بگیرید. فرض کنید ۷۵ درصد انرژی لازم برای رسیدن به این سرعت از طریق دستگاه کاتاپولت و مابقی به وسیله موتور هواپیما تأمین شود. عملکرد دستگاه کاتاپولت را فرآیند پیش‌رانش می‌نامیم. فشار هوای محیط را 100 kPa بگیرید.

(آ) اگر دستگاه کاتاپولت، یک سیستم سیلندر- پیستون در فشار ثابت 1250 kPa باشد تغییر حجم بخار آب داخل آن در طی فرآیند پیش‌رانش چقدر است؟

در قسمت‌های بعدی سؤال فرض کنید در فرآیند پیش‌رانش فشار بخار آب محبوس شده درون سیلندر در یک فرآیند خطی روی نمودار P-V از 1250 kPa تا 500 kPa کاهش یابد.

(ب) تغییر حجم بخار آب در فرآیند پیش‌رانش را حساب کنید.

(پ) با فرض آن که حجم اولیه 50 m^3 باشد، معادله خط مربوط به فرآیند پیش‌رانش را به دست آورید.

(ت) اگر بخار آب، یک گاز آرمانی فرض شود و دمای اولیه آن $T_1 = 500 \text{ K}$ باشد، دمای نهایی انبساط T_2 و دمای بیشینه ضمن انبساط، T_m ، را حساب کنید.



محاسبات و نکته‌های مهم



ث) گرمای Q داده شده به گاز در فرآیند پیش‌رانش، هنگامی که حجم گاز از V_1 به حجم دلخواه V رسیده است را حساب کنید. فرض کنید $C_V = \frac{3}{2}R$ که در آن R ثابت جهانی گازها است. نمودار Q بر حسب V را برای فرآیند فوق به طور کیفی رسم کنید و مختصات نقاط مهم نمودار مانند نقاط تقاطع با محورها و کمینه‌ها و بیشینه‌های احتمالی را تعیین کنید.

سؤال ۶) نقشه ارائه شده در (۳-۶)، تصویری از توپوگرافی یک منطقه کوهستانی است. در این نقشه خطوط هم‌ارتفاع، که ارتفاع آن‌ها از سطح دریا متری از ۱۰۰ متر است، رسم شده و مقیاس نقشه نیز در بالای آن نوشته شده است. فرض کنید بین دو خط هم‌ارتفاع متوالی، ارتفاع زمین به‌طور خطی تغییر می‌کند. برخی از پاسخ‌های سؤال بایستی روی همین تصویر که در صفحه (۳-۶) است، با خودکار قرمز کشیده شود، پس در هنگام رسم نقاط و خطوط دقت کنید که در تصویر پاسخ‌نامه دچار خط‌خوردگی نشود. تمامی جواب‌های عددی این سؤال را به صورت نماد علمی و با دو رقم با معنی ذکر کنید.

آ) روی تصویر چاپ شده در صفحه (۳-۶) پست‌ترین نقطه را با C و دو محدوده که شیب در آن از هر جهت صفر است را با D و محلی که در نیمه بالای نقشه بیشترین شیب را دارد با علامت X نشان دهید. ارتفاع پست‌ترین نقطه (h_c) در نقشه و مقدار بیشترین شیب را به‌طور تقریبی بنویسید.

ب) بر روی همان نقشه حداقل دو دره را با خط پیوسته پر رنگ و دو یال را با خط‌چین پر رنگ و قلم رنگی مشخص کنید.

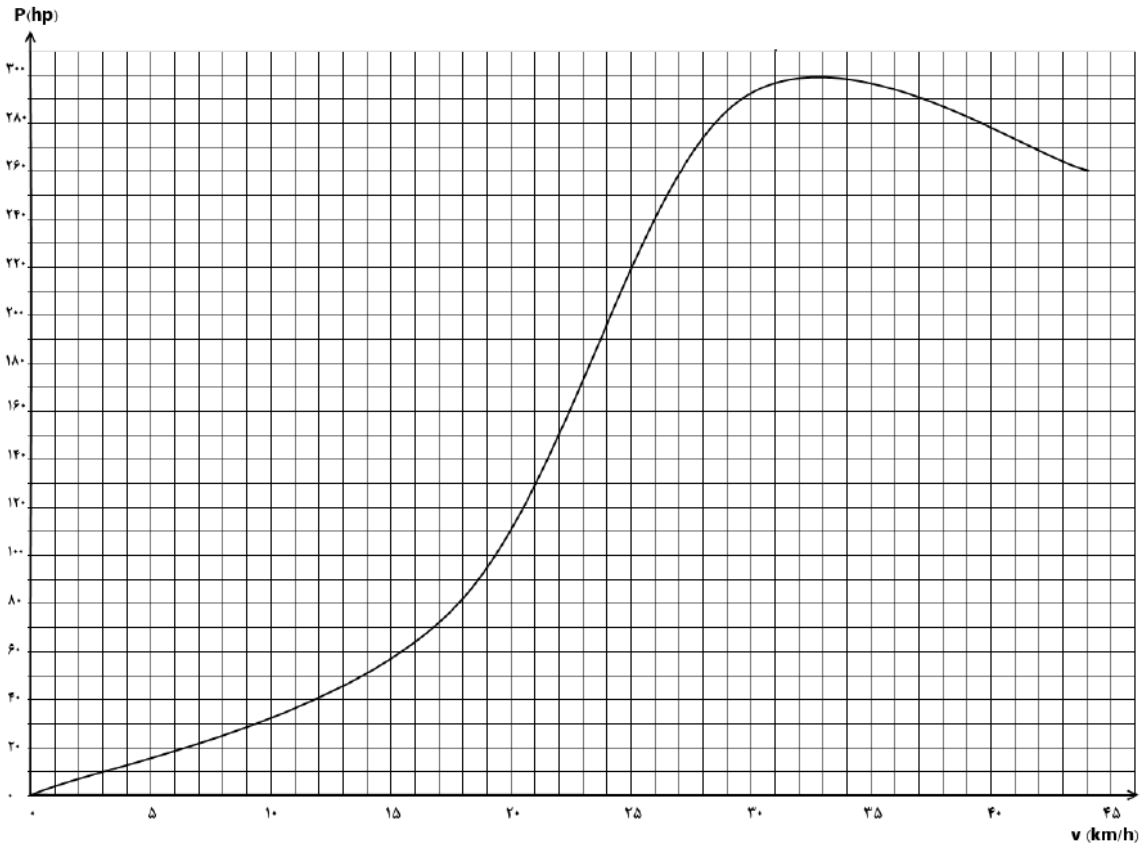
توضیح: محل برخورد دو دامنه شیبدار در بالاترین نقاط تماس، یال و در پایین‌ترین نقاط تماس، دره است.

پ) در صفحه (۳-۶) نمودار تغییرات ارتفاع (نیم رخ توپوگرافی) را در صفحه قائم فرضی که از نقاط E و F می‌گذرد رسم کنید. در این نمودار، محور افقی مکان افقی نقاط خط EF را با همان مقیاس نقشه توپوگرافی نشان می‌دهد.

با توجه به استاندارد اتومبیل‌ها با ایجاد تونل یا پل باید جاده را طوری طراحی کرد که اندازه شیب آن از حد معینی فراتر نرود. اتومبیلی به جرم $2/0$ تن در نظر بگیرید که نمودار توان تولیدی موتور آن در دنده سنگین بر حسب سرعت به صورت زیر است که در آن توان بر حسب اسب بخار (معادل ۷۳۵ وات) و سرعت بر حسب (km/h) است.



محاسبات و نکته‌های مهم



(ت) فرض کنید ۱۰ درصد توان موتور باعث شود جاده نیرویی در امتداد مسیر حرکت به اتومبیل وارد کند. بیشینه این نیرو چقدر است؟ این نیرو به ازای کدام سرعت و توان اتفاق می‌افتد؟ از اصطکاک هوا چشم‌پوشید.

(ث) اگر ضریب اصطکاک جاده به اندازه کافی زیاد باشد که اتومبیل روی جاده سر نخورد، بیشترین شیبی که اتومبیل فوق می‌تواند بالا رود چقدر است؟ (شتاب گرانش زمین را $۱۰ \frac{m}{s^2}$ در نظر بگیرید).

(ج) فرض کنید خط EF در نقشه توپوگرافیک یک جاده در دست احداث را نشان دهد. شیب جاده باید طوری تنظیم شود که اتومبیل فوق با ۷۷ درصد نیروی بیشینه بتواند آن را طی کند. روی نقشه مشخص کنید که در کدام بخش از جاده باید پل یا تونل ایجاد شود؟ برای این کار می‌توانید نقاط تقاطع مسیر جاده و خطوط هم‌ارتفاع مناسب را ملاک قرار دهید. بخش‌هایی از مسیر که پل یا تونل می‌شوند را پررنگ کرده و به ترتیب با علامت B و T مشخص کنید. برای زاویه‌های کوچک مورد نظر در این سؤال سینوس و تانژانت را برابر بگیرید.

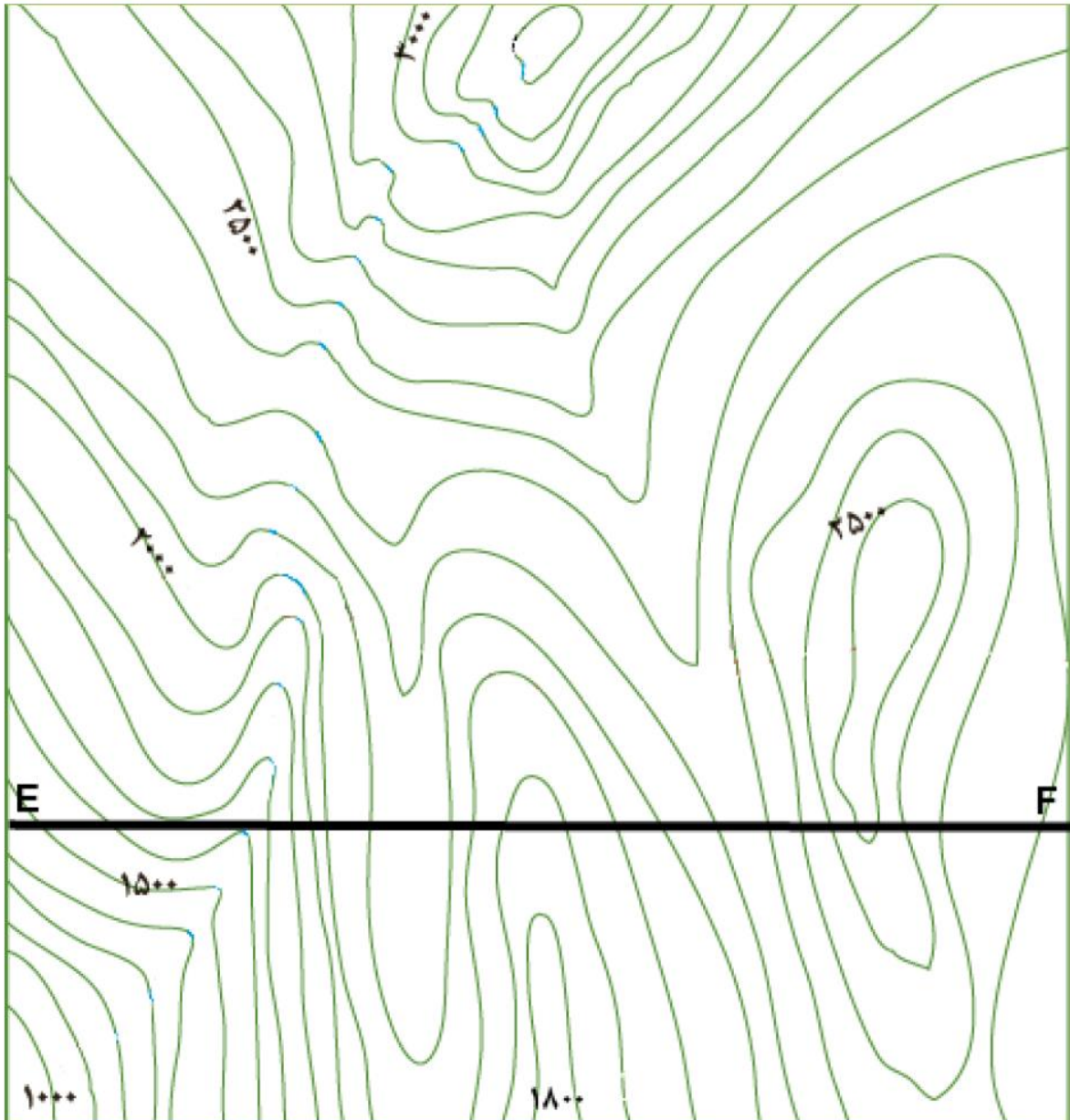


محاسبات و نکته‌های مهم



این برگ قسمتی از پاسخنامه است. دقت کنید که تصویر پاسخنامه دچار خط خوردگی نشود.

هر یک سانتی متر روی نقشه معادل ۲ کیلومتر واقعی است. ارتفاع های ذکر شده در نقشه بر حسب متر است.



محاسبات و نکته های مهم



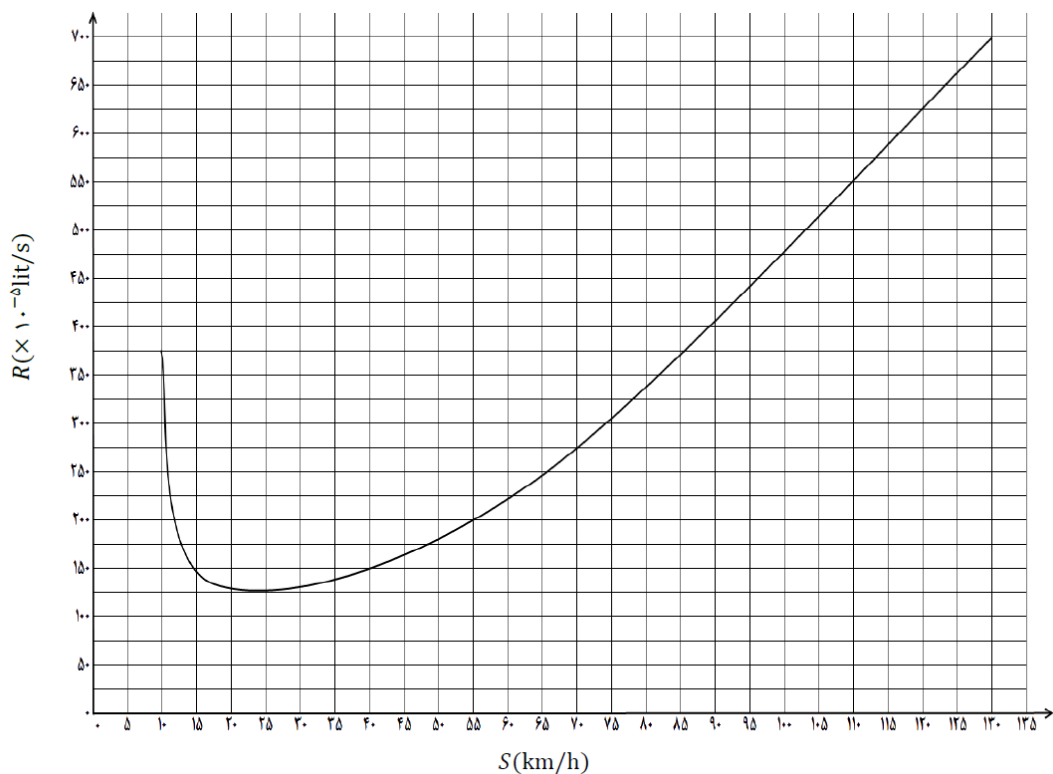
پ (نیم رخ توپوگرافی



سؤال ۷) میزان مصرف سوخت خودروها با دو کمیت مختلف سنجیده می شود که یکی حجم سوخت مصرف شده بر واحد زمان، $R = \frac{dV}{dt}$ ، و دیگری

حجم سوخت مصرف شده بر واحد طول طی شده، $Q = \frac{dV}{dl}$ است. نمودار زیر نشان دهنده رابطه بین کمیت R برای یک اتومبیل در جاده افقی و

سرعت اتومبیل، S در حالت سرعت ثابت است. در تمام این سؤال مقادیر عددی را با دو رقم با معنی ذکر کنید. نقطه پایان نمودار سرعت بیشینه است.



محاسبات و نکته های مهم



(آ) رابطه‌ای بین S ، Q و R بیابید.

(ب) اتومبیلی با سرعت ثابت از شهری به شهر دیگر در یک مسیر افقی 100 کیلومتری حرکت می‌کند. با چشم‌پوشی از متغیر بودن سرعت در ابتدا و انتهای حرکت، معلوم کنید اتومبیل با چه سرعتی مسیر را طی کند تا سوخت مصرف شده در کل مسیر کمترین مقدار ممکن باشد. این سرعت را S_c بنامید.

(پ) اگر اتومبیل با سرعت S_c حرکت کند حجم سوخت مصرف شده در کل این مسیر چند لیتر است؟

(ت) اگر این اتومبیل فاصله بین این دو شهر را با بیشترین سرعت طی کند حجم سوخت مصرف شده آن در طی این مسیر نسبت به حالت قبل چند درصد افزایش می‌یابد؟

(ث) نمودار مصرف سوخت اتومبیل (Q) را بر حسب سرعت (S) در نمودار خالی صفحه بعد (صفحه ۷-۳) رسم کنید. برای این منظور مقادیر حداقل پنج نقطه خاص را روی نمودار مشخص کنید و منحنی تقریبی نمودار را با رعایت مجانب‌ها، کمینه‌ها و بیشینه‌های احتمالی رسم کنید.

فرض کنید این اتومبیل می‌خواهد سرعت خود را با شتاب ثابت افزایش دهد. در این صورت قصد داریم میزان مصرف سوخت را در این افزایش سرعت به‌دست آوریم. اگر اتومبیل شتاب a داشته باشد کمیت R در ضریب $k = 1 + \beta a$ ضرب می‌شود، که در آن β عددی ثابت و a شتاب است.

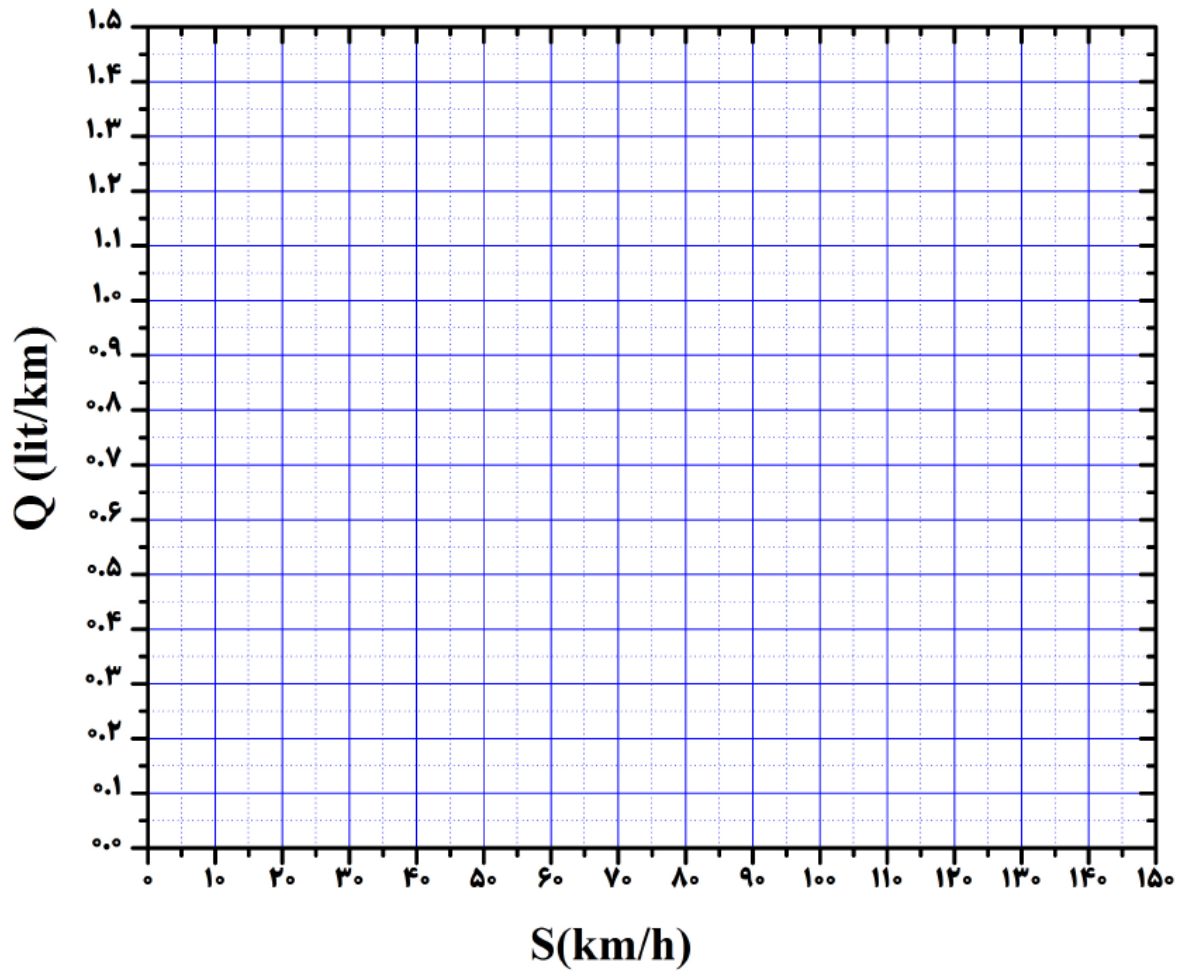
(ج) اگر سرعت اتومبیل با شتاب ثابت a به مقدار کوچک ΔS افزایش یابد، میزان مصرف سوخت ΔV در مدت زمان این افزایش سرعت بر حسب ΔS ، R ، β و a چقدر است؟

(چ) اگر این اتومبیل با شتاب ثابت $1/5 \frac{m}{s^2}$ سرعت خود را از $100 \frac{km}{h}$ به $130 \frac{km}{h}$ برساند و مقدار β برابر با $0.50 \frac{s^2}{m}$ باشد، میزان مصرف سوخت را در طی این افزایش به‌دست آورید.

پاسخ بخش (ث) نمودار مصرف سوخت اتومبیل (Q) بر حسب سرعت (S)

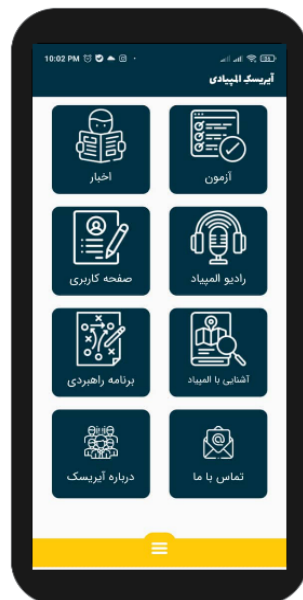


محاسبات و نکته‌های مهم



محاسبات و نکته‌های مهم





○ آشنایی و برنامه‌ریزی المپیادهای علمی

○ اطلاع‌رسانی تمام اخبار المپیادی کشور

○ مشاوره و کلاس‌های آنلاین

○ آزمون‌های آنلاین المپیاد

○ معرفی منابع و فروشگاه کتاب آنلاین



برای دریافت، تصویر بالا را اسکن یا
"المپیاد ایریسک" را جستجو کنید.



@irysccom



@irysc



iran.olympiad