دفترچه سؤالات مرحله دوم

چهاردهمین المپیاد نجوم و اخترفیزیک

سال برگزاری	تعداد سؤالات	زمان پاسخ‌گویی
۱۳۹۷	۱۰	۲۴۰ دقیقه

توضیحات مهم

استفاده از ماشین‌حساب مجاز است.

۱- این پاسخ‌نامه به صورت نیمه کامپیوتری تصحیح می‌شود، بنابراین از مچاله و کثیف کردن آن جداً خودداری نمایید.

۲- مشخصات خود را با اطلاعات بالای هر صفحه تطبیق دهید. در صورتی‌که حتی یکی از صفحات پاسخ‌نامه با مشخصات شما همخوانی ندارد، بلافاصله مراقبین را مطلع نمایید.

۳- پاسخ هر سؤال را در محل تعیین شده خود بنویسید. چنانچه همه یا قسمتی از جواب سؤال را در محل پاسخ سؤال دیگری بنویسید، به شما نمره‌ای تعلق نمی‌گیرد.

۴- با توجه به آن‌که برگه‌های پاسخ‌نامه به نام شما صادر شده است، امکان ارائه هیچ‌گونه برگه اضافه وجود نخواهد داشت. لذا توصیه می‌شود ابتدا سؤالات را در برگهٔ چرک‌نویس، حل کرده و آن‌گاه در پاسخ‌نامه پاکنویس نمایید.

۵- عملیات تصحیح توسط مصححین، پس از قطع سربرگ، به صورت ناشناس انجام خواهد شد. لذا از درج هر گونه نوشته یا علامت مشخصه که نشان‌دهنده صاحب برگه باشد، خودداری نمایید.

۶- از مخدوش کردن دایره‌ها در چهار گوشه صفحه و بارکدها خودداری کنید. در غیر این صورت برگه شما تصحیح نخواهد شد.

۷- همراه داشتن هر گونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه، ساعت هوشمند، دستبند هوشمند و لپ‌تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب خواهد شد.

۸- شرکت‌کنندگان در دوره تابستان از بین دانش‌آموزان پایه دهم و یازدهم انتخاب می‌شوند.

۹- علاوه بر نوشتن پاسخ تشریحی در دفترچه آزمون، وارد کردن پاسخ‌های نهایی در پاسخ‌برگ ارائه شده (صفحه ۱ الی ۶) الزامی است. در صورت عدم انتقال پاسخ‌های نهایی به پاسخ‌برگ، برگه شما تصحیح نخواهد شد.

سؤالات مرحله دوم المپیاد نجوم و اختر فیزیک سال ۱۳۹۷

۱- برای حجم یک حوزه نفتی در جنوب کشور ۴۰ میلیون بشکه نفت تخمین زده می‌شود. این حوزه نفتی در عمق یک کیلومتری $(d = 1\ km)$ از سطح زمین قرار گرفته است.

یکی از روش‌هایی که به اکتشاف منابع نفتی منجر می‌شود اندازه‌گیری شتاب گرانش است. چگالی نفت خام برای نفت سبک و سنگین به ترتیب ۸۷۰ و ۹۲۰ کیلوگرم بر متر مکعب است.

الف) شکل شماتیکی از مسئله ترسیم کنید. فرض کنید مخزن نفتی به صورت کروی باشد.

ب) تغییرات نسبی شتاب گرانش را برای نقطه نصب دکل نفتی به صورت پارامتری به دست آورید.

ج) مقدار عددی تغییرات نسبی شتاب گرانش را محاسبه کنید.

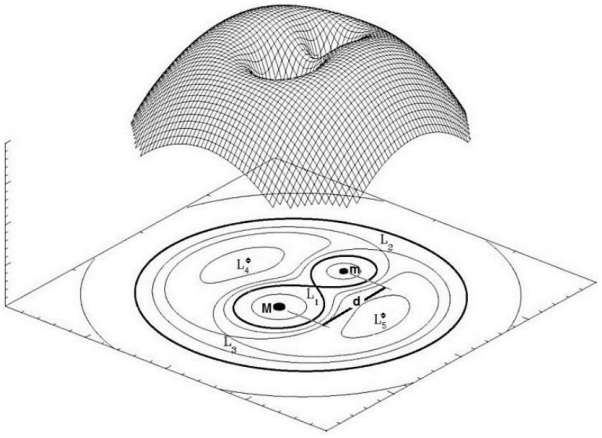
د) دقت در اندازه‌گیری شتاب گرانش دست کم چقدر باید باشد تا از اندازه‌گیری شتاب گرانش بتوانیم به سبک یا سنگین بودن نفت پی ببریم. (۲۰ نمره)

۲- پتانسیل گرانشی در اطراف یک سامانه دوتایی (مثل خورشید (M)- زمین (m)) به فاصله d از یکدیگر را ترسیم می‌کنیم. این سامانه با سرعت زاویه‌ای ω حول مرکز خود در حال دوران است. نقاط L_1 تا L_5 به نقاط لاگرانژ موسوم هستند. اگر جسم سومی با جرمی بسیار کوچک‌تر از این دو جرم $[\mu << m, M]$ در نقاط لاگرانژ قرار گیرد، موقعیت آن نسبت به جرم‌های m و M همواره ثابت خواهد ماند.

این نقاط مکان‌های مناسبی برای برقرارگیری ماهواره‌ای تحقیقاتی هستند. ماهواره تحقیقاتی SOHO در نقطه L_1 قرار گرفته و تلسکوپ فضایی جیمز وب JWST در نقطه L_2 نصب خواهد شد چرا که همواره در سایه زمین نسبت به خورشید قرار خواهد داشت.

الف) با توجه به شکل، مشخصه‌های نقاط لاگرانژ از دید تعادل و پایداری را در دو دسته (L_1, L_2, L_3) و (L_4, L_5) بنویسید.

ب) فاصله خورشید از مرکز جرم مشترک سیستم خورشید زمین را برحسب متر محاسبه کرده و نسبت آن را به فاصله زمین تا خورشید به دست آورید.



ج) با یک تقریب خوب می‌توانیم فرض کنیم که مرکز جرم زمین- خورشید در مرکز خورشید قرار گرفته باشد. سه معادله برای محاسبه x_1 (فاصله نقطه L_1 از مرکز خورشید)، x_2 (فاصله نقطه L_2 از مرکز خورشید) و x_3 (فاصله نقطه L_3 از مرکز خورشید) به‌دست آورید که با حل آن‌ها بتوان مقادیر فوق را محاسبه کرد. (۲۰ نمره)

محاسبات و نکته‌های مهم

۳- یک منجم آماتور می‌خواهد رصدهای خود را با دقت بیشتری ساماندهی کند. به یک سایت رصدی خوب (حد قدری ۶٫۵) می‌رود. ضریب کارایی چشم انسان در حدود ۸٪ است. در همین شرایط از یک تلسکوپ ۸ اینچی (قطر شیئی ۲۰ سانتی‌متر) و یک دوربین با ضریب کارایی ۹۰٪ برای تصویربرداری استفاده می‌کند و تصویر دریافتی را روی مونیتور لپ‌تاپ خود مشاهده می‌کند.

الف) رابطه قدر ظاهری- قدر مطلق را با وجود خاموشی بنویسید.

ب) قدر کم نورترین ستاره‌ای را که روی مونیتور لپ‌تاپ خود مشاهده می‌کند محاسبه کنید.

ج) یکی از این کم نورترین ستاره‌ها در فاصله ۴ کیلوپارسکی از ما (لبه بالج کهکشان) قرار گرفته است. ضریب خاموشی نیز ۱ قدر بر کیلوپارسک است. درخشندگی ستاره را برحسب درخشندگی خورشید به دست آورید.

د) اگر از رابطه $L \propto M^{3}$ استفاده کنیم، مقدار جرم ستاره را برحسب جرم خورشید محاسبه کنید. (۲۵ نمره)

۴- ابرهای گازی یونیزه (H II) شمع‌های استاندارد برای اندازه‌گیری فاصله هستند. چرا که منطقه‌ای را به صورت کروی شکل در داخل یک ابر گازی تک اتمی یونیزه می‌کند. شعاع کره توسط کمیت‌های قابل رصد محاسبه می‌شود و از طرفی قطر زاویه‌ای این کره نیز برحسب ثانیه قوس قابل اندازه‌گیری است. در ابرهای گازی تک اتمی مثل سحابی سر اسب یا سحابی اتا شاه تخته چنین پدیده‌ای دیده می‌شود. ستاره‌ای پر جرم و آبی رنگ فوتون‌های فرابنفش قابل توجهی تولید می‌کنند که این فوتون‌ها قادر به یونیزاسیون اتم‌های هیدروژن موجود در ابر هستند. بنابراین توسط این فوتون‌های پر انرژی کسری از اتم‌ها یونیزه شده و الکترون‌های آزاد تولید می‌کنند. الکترون‌های آزاد شده برای بازترکیب نیاز به برخورد با هیدروژن‌های یونیزه یا همان پروتون‌ها دارند. آهنگ بازترکیب در واحد حجم با حاصلضرب چگالی الکترونی (n_e) و چگالی پروتونی (n_p) متناسب است $(\text{Rate} = \alpha n_e n_p)$؛ α ضریب بازترکیب است. تعداد فوتون‌های تابشی در واحد زمان از ستاره مرکزی که قادر به یونیزاسیون گاز هیدروژن موجود هستند برابر N است (اعداد مورد نیاز در جدول زیر موجود است):

الف) واحد اندازه‌گیری α را در دستگاه SI به دست آورید.

ب) بیشترین طول موج فوتون‌های لازم برای یونیزه کردن یک اتم هیدروژن از حالت پایه را محاسبه کنید.

ج) شعاع ابر H II ایجاد شده را برحسب n_e، N و α محاسبه کنید.

د) اگر $n_e = ۱۰^{۷}$ و $\alpha = ۳ \times ۱۰^{-۱۹}$ هر دو در دستگاه SI باشند، شعاع ابر H II (R_{HII}) برای ستاره‌های مرکزی داده شده را محاسبه کنید.

محاسبات و نکته‌های مهم

ه) اگر قطر زاویه‌ای این ابرهای گازی در حدود یک ثانیه قوسی باشد فاصله این ابرهای گازی داده شده در قسمت (د) را محاسبه کنید. (۲۵ نمره)

رده طیفی ستاره مرکزی	$N(s^{-1})$
O5V	۳×۱۰^{۴۹}
B . V	۴×۱۰^{۴۶}
G2V	۱×۱۰^{۳۹}

۵- شخصی یک ساعت آفتابی با شاخصی به طول یکصد سانتی‌متر می‌سازد. در یک روز مشخص وقتی انتهای سایه را روی سطح زمین علامت می‌زند، این علامت‌ها یک شکل بسته را تشکیل می‌دهد. کوتاه‌ترین طول سایه ۱۷۳ سانتی متر و بلندترین طول سایه ۵۶۷ سانتی‌متر است. (۲۵ نمره)

الف) ترکیب قرارگیری خورشید، زمین و شاخص را برای بیشترین و کمترین طول سایه ترسیم کنید.

ب) عرض جغرافیایی ناظر را به دست آورید.

ج) میل خورشید را به دست آورید.

د) این پدیده در چه تاریخی یا تاریخ‌هایی رخ می‌دهد؟

ه) ۶ ساعت پس از کوتاه‌ترین سایه، طول سایه چند سانتی‌متر خواهد بود؟

۶- در یک خوشه ستاره‌ای فرض کنید دو نوع ستاره با جرم‌های $m_۱ = ۱M_{sun}$ و $m_۲ = ۱۰M_{sun}$ وجود دارد و چگالی عددی آن‌ها به این صورت با شعاع تغییر می‌کند $n_۱(r) = n_{۰۱} / r^۲$ و $n_۲(r) = n_{۰۲} / r^۲$، از رابطه $L \propto M^۳$ استفاده کنید. شعاع‌های نیمه جرم (R_{hm}) و نیمه درخشندگی (R_{hl}) به شعاع‌هایی گفته می‌شود که به ترتیب نیمی از جرم خوشه و نیمی از درخشندگی خوشه در آن وجود داشته باشد.

الف) فرض کنید هر دو نوع ستاره تا شعاع $R_۰$ توزیع شده باشند. نسبت شعاع نیمه جرم به شعاع نیمه درخشندگی را به دست آورید.

ب) می‌دانیم در اثر تحول دینامیکی به مرور زمان ستاره‌های سنگین‌تر به نواحی درونی‌تر خوشه هدایت می‌شوند و تجمع آن‌ها در نواحی مرکزی‌تر خوشه بیشتر می‌شود. به این پدیده جداسازی جرمی (mass seregation) گفته می‌شود.

محاسبات و نکته‌های مهم

پس از جداسازی جرمی، ستاره‌های m_2 تا شعاع $R_0/2$ توزیع شده و ستاره‌های m_1 در همان وضعیت قبلی باقی می‌مانند. رابطهٔ نسبت شعاع نیمه جرم و شعاع نیمه روشنایی را برای این حالت به دست آورده و مقدار عددی این نسبت را به ازای $n_{0,1}=10n_{0,2}$ محاسبه کنید.

ج) با مقایسه حالت‌های الف و ب در حداکثر ۳ خط، نتایج بالا را توجیه کنید. (۲۵ نمره)

۷- سیارکی در صفحه دایرةالبروج در مداری دایروی به دور خورشید در حرکت است. سفینه‌ای بر روی این سیارک فرود می‌آید و با مرکز فرماندهی بر روی زمین با ارسال یک سیگنال رادیویی تماس می‌گیرد. سفینه هرگاه که سیگنالی از زمین دریافت می‌کند، فوراً به آن پاسخ می‌دهد. می‌دانیم که وقتی سیارک در وضعیت تربیع قرار می‌گیرد، فاصله زمانی بین ارسال سیگنال و دریافت مجدد آن توسط مرکز فرماندهی در مرکز زمین به مقدار $\Delta t = 775/6\ s$ طولانی‌تر از حالتی است که سیارک در وضعیت مقابله قرار گرفته باشد. فرض کنید مدار زمین به دور خورشید دایره‌ای به شعاع a_E است. شعاع مداری سیارک، a، را برحسب a_E، c (سرعت نور) و Δt به دست آورده و مقدار عددی آن را محاسبه کنید. (۲۰ نمره)

۸- رمبش شدید گرانشی ستاره‌ای به جرم $M = 10M_{sun}$ در مراحل پایانی عمر خود، منجر به یک انفجار شدید ابرنواختری می‌شود؛ به گونه‌ای که هسته ستاره که کوتوله‌ای سفیدی بوده، تبدیل به یک ستاره نوترونی می‌شود و مابقی ستاره به صورت یک پوش به بیرون پرتاب می‌شود. جرم کوتوله سفید تقریباً $M_C = 1/4\ M_{sun}$، شعاع آن به اندازه شعاع زمین و شعاع ستاره نوترونی تقریباً ۲۰ km است.

الف) مقدار کل انرژی آزاد شده در فرآیند رمبش گرانشی چند ژول است؟

انرژی ازاد شده به سه قسمت تبدیل می‌شود: انرژی جنبشی پوش (E_1)، انرژی تابشی (E_2) و انرژی نوترینوهای آزاد شده (E_3).

ب) در اثر انرژی آزاد شدهٔ پوش، لایه اطراف هسته رمبنده با سرعتی زیاد به بیرون پرتاب می‌شود. پهن‌شدگی خطوط جذبی در طیف مشاهده شده ابرنواختر، برابر $\Delta\lambda/\lambda = 0/0333$ است. انرژی جنبشی آزاد شده در ابرنواختر را برحسب ژول به دست آورید. این انرژی چند درصد از انرژی کل آزاد شده در قسمت الف است؟

ج) در طول انفجار ابر نواختری که به مدت ۲ ماه به طول می‌انجامد، ابر نواختر با قدر مطلق متوسط $M_V = -1$ می‌درخشد. این مقدار انرژی را برحسب ژول به دست آورید. چند درصد از انرژی ازاد شده ابر نواختر به شکل انرژی تابشی فوتون‌ها است؟

د) مقدار انرژی ازاد شده توسط نوترینوها را برحسب ژول به دست آورید. این انرژی تقریباً چند درصد از کل انرژی آزاد شده است؟

محاسبات و نکته‌های مهم

ه) اگر انرژی متوسط نوترینوهای آزاد شده برابر $E_\nu = 5\,MeV$ باشد، تعداد نوترینوهای آزاد شده را به دست آورید.

و) اگر این ستاره در ابر ماژلانی بزرگ واقع شده باشد، تعداد نوترینوهای عبوری از سطح مقطع بدن هر یک از انسان‌ها (تقریباً ۰٫۵ متر مربع) ناشی از این انفجار ابر نواختری چقدر خواهد بود؟ (۳۰ نمره)

۹- یکی از روش‌های فاصله‌یابی کهکشان‌ها استفاده از تابع توزیع درخشندگی خوشه‌های ستاره‌ای درون آن‌هاست. تابع توزیع تعداد خوشه‌ها برحسب درخشندگی، یک تابع تپه‌ای شکل بوده، که بیشینه آن در قدر مطلق $M_V = -7{,}7$ است (یعنی بیشترین فراوانی خوشه‌ها مربوط به خوشه‌های کروی با قدر مطلق $-7{,}7$ می‌باشد). این موضوع برای همه کهکشان‌ها تقریباً یکسان است. اخیراً گروهی به رهبری پیتر وان داکوم در تاریخ ۱۶ فروردین ۱۳۹۷ مقاله‌ای در مجله نیچر به چاپ رسانده‌اند که در آن خوشه‌های ستاره‌ای موجود در کهکشان کوتوله $NGC\,1052-DF2$ را مورد بررسی قرار داده‌اند. فاصله این کهکشان کوتوله از روش دیگری (روش نوسانات روشنایی سطحی) اندازه‌گیری شده و مقدار آن $D = 20\,Mpc$ به دست آمده است. نکته عجیبی که گزارش شده این است که محل بیشینه تابع توزیع درخشندگی خوشه‌های کروی در این کهکشان برخلاف همه کهکشان‌های دیگر در قدر مطلق $M_V = -9{,}1$ است.

الف) با توجه به مقدار قدر مطلق خوشه‌های کروی با بیشترین فراوانی $(M_V = -9{,}1)$ فاصله کهکشان کوتوله $NGC\,1052-DF2$ را به دست آورید.

وان داکوم و همکاران، مقدار جرم این کهشکان کوتوله را از روی سرعت خوشه‌های ستاره‌ای که درون کهکشان در حال چرخش هستند به دست آوردند. مقدار سرعت چرخشی در این کهکشان تقریباً $\sigma = 3{,}2\ km/s$ و مقدار جرم لازم برای ایجاد چنین سرعت‌هایی برابر $2\times10^8\ M_{sun}$ محاسبه می‌شود. همچنین با توجه به درخشندگی اندازه‌گیری شده که برابر است با $L = 1\times10^8\ L_{sun}$ نسبت جرم به درخشندگی این کهکشان برابر $(M/L = 2M_{sun}/L_{sun})$ محاسبه شده است؛ و از آن نتیجه گرفته‌اند که این کهکشان فاقد ماده تاریک است.

ب) با توجه به این‌که جرم کهکشان براساس شعاع کهکشان و نیز سرعت حرکت ستاره‌ها و خوشه‌های ستاره‌ای در آن تعیین می‌شود، مقدار M/L را برحسب فاصله ناظر از کهکشان D به دست آورید.

ج) اگر قبول کنیم که آن‌ها در تخمین فاصله ذکر شده در قسمت الف مرتکب اشتباه شده باشند، مقدار M/L واقعی کهکشان را برحسب M_{sun}/L_{sun} به دست آورید. (۲۵ نمره)

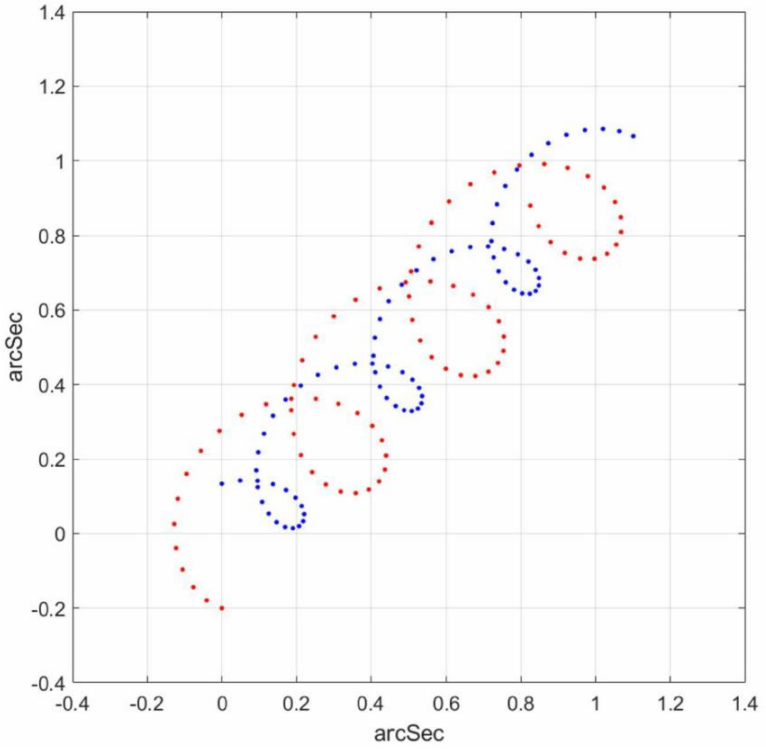
محاسبات و نکته‌های مهم

۱۰- یک منظومه دوتایی رصد شده و میل مداری آن دقیقاً صفر است یعنی صفحهٔ مدارشان عمود بر راستای دید ناظر است. همچنین مدار دو ستاره دایروی است. ستاره کم جرم‌تر (m_1) این منظومه یک ستاره خورشیدگون است. تلسکوپ در مدت زمان ۲ سال تصویر زیر را از رد دو ستاره در آسمان ثبت کرده است. داده برداری از دو ستاره هر ۱۰ روز یک‌بار انجام شده است. (محورهای تصویر، برحسب ثانیه قوسی است) موقعیت دو ستاره در لحظهٔ اول نیز نشان داده شده است. (۲۵ نمره)

الف) جرم ستاره بزرگ‌تر چقدر است؟

ب) شعاع مداری هر کدام از ستارگان چند است؟

ج) فاصلهٔ منظومه از ما و سرعت مرکز جرم سیستم چقدر است؟



محاسبات و نکته‌های مهم

آیریسک
کانون دانش‌پژوهان ایران

- آشنایی و برنامه‌ریزی المپیادهای علمی
- اطلاع‌رسانی تمام اخبار المپیادی کشور
- مشاوره و کلاس‌های آنلاین
- آزمون‌های آنلاین المپیاد
- معرفی منابع و فروشگاه کتاب آنلاین

برای دریافت، تصویر بالا را اسکن یا
"المپیاد آیریسک" را جستجو کنید.