آیریسک
کانون دانش‌پژوهان ایران

یاحقّ...

المپیادی شدن رؤیا نیست
از اول تا آخرش باهاتیم

دفترچه سؤالات مرحله دوم

هفدهمین المپیاد نجوم و اخترفیزیک

سال برگزاری	تعداد سؤالات	زمان پاسخ‌گویی
۱۴۰۰	۸	۲۴۰ دقیقه

توضیحات مهم

استفاده از ماشین‌حساب مجاز است.

لطفاً قبل از شروع پاسخ‌گویی به سؤالات، این قسمت را به دقت بخوانید برای خواندن این قسمت ۱۰ دقیقه وقت اضافه در نظر گرفته شده است.

۱) این آزمون حاوی ۷ سؤال تشریحی است. مجموع کل نمره این آزمون ۱۰۰۰ نمره است که بسته به نوع سؤالات بین ۸ سؤال توزیع شده است. در سؤالاتی که بخش‌های الف و ب و ج و ... دارند نمره هر بخش به تفکیک داده شده است.

۲) در سؤالاتی که به جواب عددی منتهی می‌شوند، دقت پاسخ داده شده است. در این سؤالات نمره پاسخ نهایی وقتی داده خواهد شد که پاسخ نهایی در محدوده دقت باشد. منظور از محدوده دقت این است که اگر پاسخ نهایی A و دقت پاسخ X باشد جواب‌هایی که در بازه $[A-X\ ,\ A+X]$ باشند پذیرفته خواهند شد. مثلاً فرض کنید در یک سؤال از شما خواسته باشند یک زاویه را حساب کنید و دقت پاسخ را در یک درجه داده باشند. فرض کنید جواب درست ۱۳۵ درجه باشد، در این صورت اگر جواب شما بزرگ‌تر و مساوی ۱۳۴ و کوچک‌تر و مساوی ۱۳۶ باشد نمره پاسخ نهایی را خواهید گرفت. در غیر این صورت نمره پاسخ نهایی شما صفر است. توجه داشته باشید که این موضوع فقط مربوط به پاسخ نهایی سؤال است و شامل بخش‌های دیگر پاسخ نمی‌شود مثل نوشتن روابط لازم و حل معادلات، رسم شکل و ... اگر در سؤالی دقت جواب نهایی داده نشده باشد، مقدار پیش‌فرض X برابر است با $X = ۰/۱A$.

۳) دقت کنید که تمامی مقادیر ثابت باید از جدول ثوابت که در ابتدای سؤالات آمده گرفته شوند. اگر شما خواستید سؤالی را از یک روش ابتکاری و جدید حل کنید و نیاز به ثابتی داشتید که در جدول ثوابت نبود، حتماً آن ثابت را در ابتدای پاسخ خود به سؤال، داخل کادر بنویسید. در این مورد اگر راه‌حل شما درست باشد و پاسخ شما هم در محدوده دقت باشد، نمره کامل خواهید گرفت.

۴) برای دقت و خوانایی بیشتر و ممانعت از محدودیت‌های نرم‌افزار مایکروسافت Word فارسی، در این آزمون از اعداد انگلیسی استفاده شده است. شما در پاسخنامه می‌توانید به اختیار خود از اعداد فارسی و یا انگلیسی استفاده کنید.

ثوابت فیزیکی و نجومی

کمیت		مقدار	
G	ثابت جهانی گرانش	$m^3 s^{-2} kg^{-1}$	$۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}$
c	سرعت نور	ms^{-1}	$۳/۰۰\times۱۰^{۸}$
σ	ثابت استفان- بولتزمن	$W m^{-2} K^{-4}$	$۵/۶۷\times۱۰^{-۸}$
Ly	سال نوری	m	$۹/۴۶\times۱۰^{۱۵}$
pc	پارسک	m	$۳/۰۹\times۱۰^{۱۶}$
AU	واحد نجومی	m	$۱/۵۰\times۱۰^{۱۱}$
$M_\odot$	جرم خورشید	kg	$۱/۹۹\times۱۰^{۳۰}$
$R_\odot$	شعاع خورشید	m	$۶/۹۶\times۱۰^{۸}$
$L_\odot$	درخشندگی خورشید	W	$۳/۸۵\times۱۰^{۲۶}$
$M_\odot$	قدر مطلق خورشید		+۴/۷۲
$m_\odot$	قدر ظاهری خورشید		-۲۶/۷
$T_\odot$	دمای مؤثر سطح خورشید	K	۵۷۸۰
R_m	شعاع ماه	km	۱۷۳۷
r_m	فاصله متوسط ماه از زمین	km	۳۸۴۴۰۰
$M_\oplus$	جرم زمین	kg	$۵/۹۷\times۱۰^{۲۴}$
$R_\oplus$	شعاع زمین	km	۶۳۸۰
ε	تمایل محور زمین		$۲۳^\circ/۵$

محاسبات و نکته‌های مهم

سؤالات مرحله دوم المپیاد نجوم و اختر فیزیک سال ۱۴۰۰

سؤال اول (۱۰۰ نمره)

در عرض جغرافیایی ϕ شاخصی به طول l با زاویه $(90-\phi)$ نسبت به افق، به سمت جنوب قرار گرفته است.

الف) در اعتدالین طول سایه شاخص را برحسب زاویه ساعتی خورشید (H) به دست آورید (۴۰ نمره)

ب) در روز انقلاب تابستانی کمترین طول سایه شاخص چقدر است؟ (۶۰ نمره)

سؤال دوم (۱۰۰ نمره)

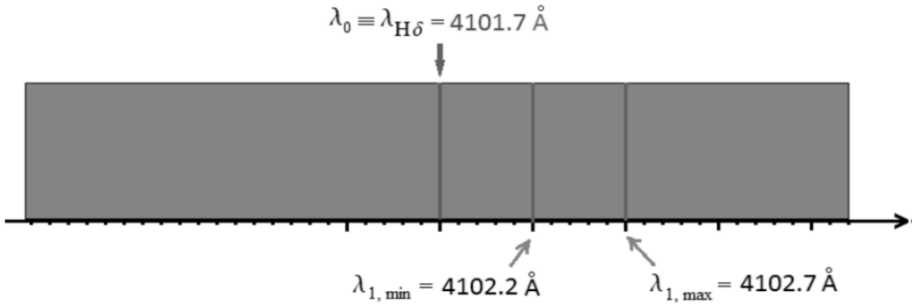
در نور رسیده از یک چشمه نقطه‌ای در آسمان، شاهد تغییراتی متناوب در روشنی با دوره تناوب $۹٫۳ \times ۱۰^{۶}$ ثانیه هستیم. ضمناً این چشمه، طیفی دو-خطی (Double- Line) را به نمایش می‌گذارد که دوره تناوب تغییرات طول موج خطوط جذبی آن‌ها نیز همان $۹٫۳ \times ۱۰^{۶}$ ثانیه است. کمینه و بیشینه تغییرات نظیر هر خط در شکل‌های (الف) و (ب) متناظر با خط جذبی بالمر $H\delta$ با طول موج آزمایشگاهی $\lambda_{\circ} = ۴۱۰۱٫۷ \, \mathring{A}$ نشان داده شده است. همچنین طی مشاهداتی ده ساله که با دقت یک ثانیه قوسی انجام شده، هیچ حرکت ویژه‌ای (حرکت خاصه یا Proper Motion) در این سیستم مشاهده نشده است. به همین جهت با فرض این‌که تنها حرکت ممکن این سیستم در راستای دید (حرکت شعاعی) است:

الف) سرعت مرکز جرم و سرعت هر ستاره نسبت به مرکز جرم این سامانه چقدر است؟ (۳۵ نمره)

ب) جرم هر ستاره و شعاع مداری هر یک از آن‌ها چقدر است؟ (۳۵ نمره)

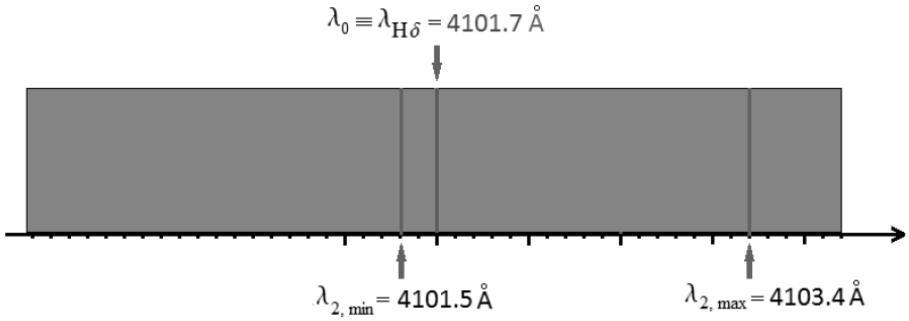
ج) در اندازه‌گیری‌های بعدی با تلسکوپ‌هایی با توان تفکیک ۰٫۰۱ ثانیه قوسی، فاصله این سامانه از ما حدود ۲۰۰ پارسک به‌دست آمده است. آیا نتایجی که به دست آوردید با وجود این یافته همچنان معتبر می‌ماند؟ (۳۰ نمره)

(الف)



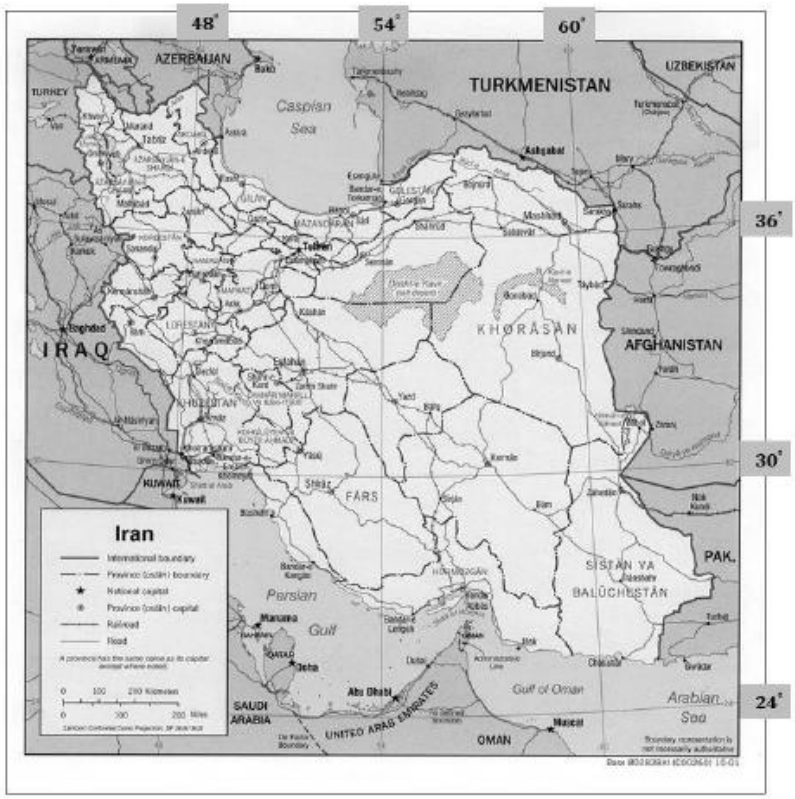
محاسبات و نکته‌های مهم

(ب)



سؤال سوم: (۱۲۰ نمره)

با توجه به نقشه کشورمان ایران، به سؤالات زیر برای روز انقلاب زمستانی پاسخ دهید:



الف) طول و عرض جغرافیایی نقطه‌ای را بیابید که در آن اذان ظهر زودتر از همه جا اتفاق می‌افتد؟ (۳۵ نمره)

ب) طول و عرض جغرافیایی نقطه‌ای را بیابید که پیش از بقیه شاهد طلوع خورشید است؟ (۳۵ نمره)

ج) زمان طلوع خورشید را برای این نقطه (پاسخ قسمت ب)، طبق زمان رسمی ایران (زمان جهانی + ۳٫۵ ساعت) به دست آورید. (۵۰ نمره)

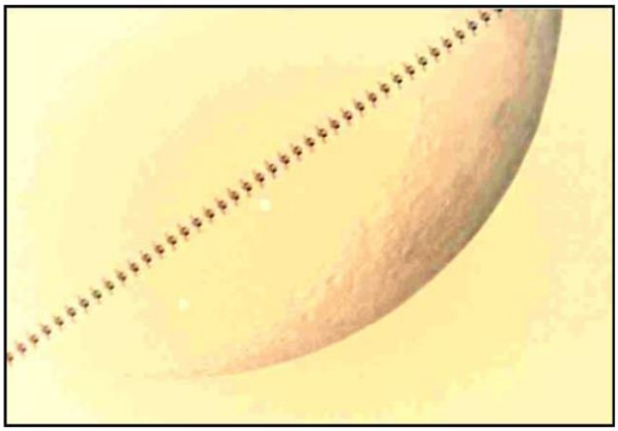
توجه: قطر ظاهری خورشید ′۳۲ و شکست افقی ′۳۴ است. طلوع خورشید را لحظه‌ای در نظر می‌گیریم، که لبه بالایی قرص خورشید برای اولین بار در زمین کاملاً مسطح دیده می‌شود. همچنین در این روز تعدیل زمان ۲ دقیقه است.

محاسبات و نکته‌های مهم

سؤال چهارم: (۱۵۰ نمره)

ایستگاه فضایی بین‌المللی در مداری دایروی به ارتفاع ۴۳۲ کیلومتر از سطح دریا در حال حرکت به دور زمین است. این ماهواره از دید ناظران زمین در زمان‌های محدودی قابل رؤیت است. یکی از مواردی که ماهواره از روی سطح زمین قابل رؤیت می‌شود، زمانی است که ناظر در ناحیه تاریک زمین (بخش شب) بوده ولی ماهواره هنوز در ناحیه روز است. این رخداد چیزی در حدود حداکثر یک تا دو ساعت پس از غوب یا پیش از طلوع آفتاب می‌تواند رخ دهد. البته در این مورد دیده شدن ماهواره منوط به شرایط قرارگیری آن نسبت به موقعیت خورشید و ناظر است؛ که چند درصد از نور را در جهت ناظر زمینی بازتاب می‌کند و معمولاً در چنین شرایطی نور ماهواره به خوبی دیده نمی‌شود.

حالت دیگری که ماهواره از دید ناظر زمینی دیده می‌شود، زمانی است که از جلوی قرص ماه یا خورشید گذر می‌کند. در این صورت به دلیل تضاد نوریِ ماهواره با پس زمینه، شکل آن به خوبی دیده می‌شود. عکس زیر توسط یک تلسکوپ ۸ اینچ گرفته شده است.



الف) در زمان گذر، ماه و ماهواره با دقت خوبی نزدیک به سرسو بوده‌اند؛ بنابراین فرض کنید ماهواره دقیقاً از بالای سر ناظر عبور کرده است. با استفاده از اطلاعات موجود در عکس، پهنای ایستگاه فضایی را محاسبه کنید. (۳۰ نمره)

ب) شعاع مدار ماهواره و شعاع زمین را در یک شکل نسبت به یکدیگر با حفظ مقیاس رسم کنید. ماه در بی‌نهایت قرار دارد و پهنای زاویه‌ای آن ۳۲ دقیقه قوسی است. (۱۰ نمره)

ج) در هر نقطه از سطح زمین چنین رخدادی قابل رؤیت نیست و فقط یک نوار مشخص روی سطح زمین است که ناظر می‌تواند چنین گذری را مشاهده کند. برای این گذر که در روز ۲۷ فروردین امسال در تهران رخ داده است، با رسم شکل پهنای این نوار را محاسبه کنید. (۴۰ نمره)

(رسم شکل ۲۵٪ از نمره این بخش را دارد)

محاسبات و نکته‌های مهم

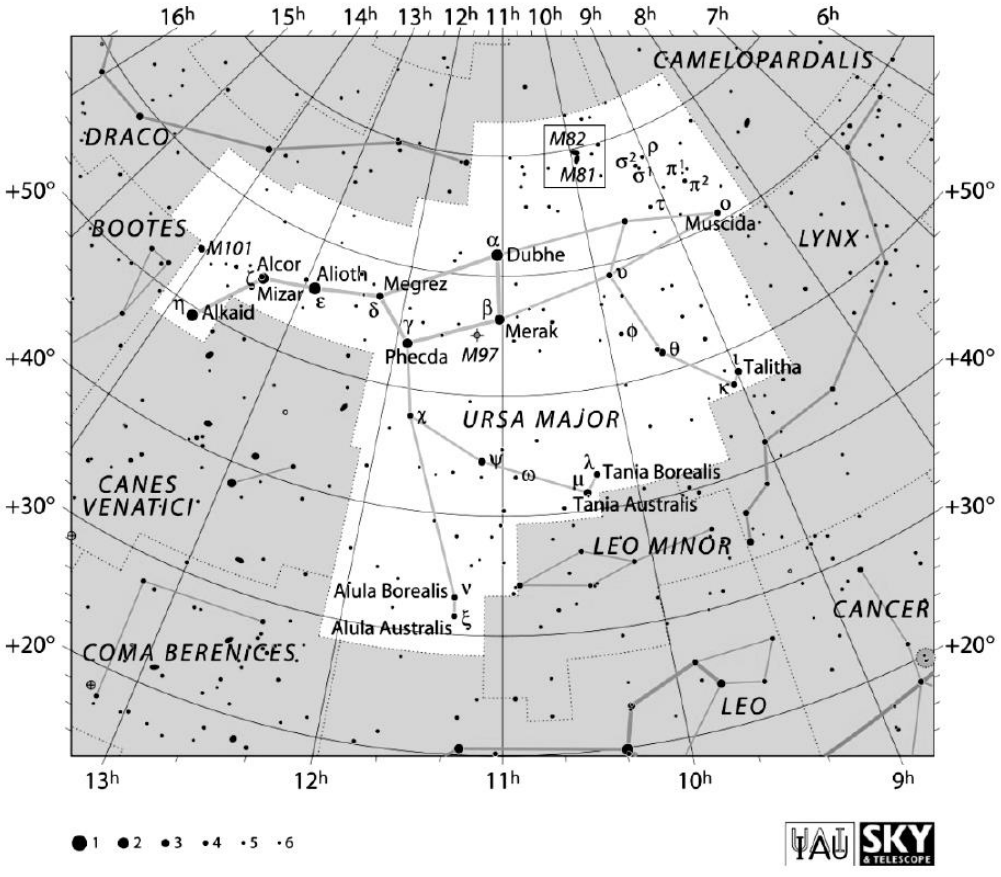
د) دوره تناوب این ماهواره به دور زمین چند ثانیه است؟ (۳۰ نمره)

هـ) با رسم شکل مدت زمانی که ماهواره از مقابل قرص ماه گذر می‌کند را محاسبه کنید. فرض کنید در نقطه‌ای قرار گرفته‌ایم که گذر ماهواره را از روی قطر قرص ماه مشاهده می‌کنیم. (۴۰ نمره)

(رسم شکل ۳۰٪ نمره این بخش را دارد)

سؤال پنجم: (۱۲۰ نمره)

می‌خواهیم با استفاده از صورت فلکی دُب اکبر تخمین مناسبی از موارد خواسته شده به دست آوریم. محدوده این صورت فلکی که سومین صورت فلکی بزرگ در آسمانِ ماست، مطابق با قراردادهای اتحادیه بین‌المللی نجوم در تصویر زیر نشان داده شده است و ستارگان و اجرام اعماق آسمان تا قدر ظاهری ۶+ در آن نمایانند. توزیع همه ستاره‌ها در آسمان را همگن و همسانگرد در نظر بگیرید.



محاسبات و نکته‌های مهم

الف) این صورت فلکی چند درصد از کل کره سماوی را به خود اختصاص داده است؟ (۴۰ نمره)

(جزئیات محاسبات باید در پاسخنامه آورده شوند؛ دقت پاسخ ۰٫۴ درصد)

ب) تعداد ستارگانِ روشن‌تر از قدر ظاهری ۶+ را در کل آسمان چقدر به دست می‌آورید؟ (۴۰ نمره)

(دقت پاسخ ۵۰۰ ستاره)

ج) در محدوده این صورت فلکی تنها ۱۳ ستاره نزدیک‌تر از ۱۰ پارسک از ما قرار گرفته‌اند. مشخص کنید چگالی عددی ستارگان آسمان در اطراف خورشید تا فاصله ۱۰ پارسک از ما برحسب $\frac{\text{ستاره}}{\text{pc}^3}$ چقدر است؟ (۴۰ نمره) (دقت پاسخ $0.015\ \frac{\text{ستاره}}{\text{pc}^3}$)

سؤال ششم: (۱۶۰ نمره)

می‌دانیم فشار در مرکز توده‌ای از گاز که در اثر گرانش خود منقبض شده است، از رابطه:

$$P_C = AM^{\frac{2}{3}}\rho_c^{\frac{4}{3}}$$

به دست می‌آید؛ که در آن ρ_c چگالی در مرکز ابر، M جرم کل توده گازی و A نیز مقداری ثابت تقریباً برابر با 2.96×10^{-11} است.

الف) واحد ثابت A برحسب یکاهای SI چیست؟ (۳۰ نمره)

ابری از گاز هیدروژن را در نظر بگیرید که در حال انقباض و تبدیل شدن به یک ستاره است. در اثر انقباض دما و چگالی در مراکز ابر افزایش می‌یابد و هیدروژن یونیزه می‌شوند. با افزایش چگالی در مرکز ابر الکترون‌ها به حال واگنی (تبهگنی) می‌رسند. حالت واگنی حالتی کوانتومی است که در آن معادله حالت الکترون‌ها از قانون گاز کامل تبعیت نمی‌کند. در این حالت فشار الکترون‌ها برابر است با

$$P_e = Bn_e^{\frac{5}{3}}$$

که در آن B عددی ثابت و n_e چگالی عددی الکترون‌هاست.

ب) واحد ثابت B برحسب یکاهای SI چیست؟ (۳۰ نمره)

محاسبات و نکته‌های مهم

فشار کل گاز در مرکز ابر، مجموع فشار الکترون‌ها و پروتون‌ها خواهد بود:

$$P_c = Bn_e^{\frac{5}{3}} + n_p kT_c$$

که در آن n_p چگالی عددی پروتون‌ها و T_c دما در مرکز ستاره است.

ج) اگر حداقل دمای لازم برای شروع واکنش‌های هسته‌ای در مرکز ستاره T_n باشد، حداقل جرم یک توده ابر برای این‌که بتواند واکنش‌های هسته‌ای را در مرکز خود شروع کند، چقدر خواهد بود؟ (۱۰۰ نمره)

سؤال هفتم: (۱۲۰ نمره)

وقتی جسمی از ما دور می‌شود نور دریافتی ما از آن جسم قرمزتر شده و اصطلاحاً می‌گوییم انتقال به سرخ رخ داده است. انتقال به سرخ را با کمیت z نشان می‌دهیم؛ به طوری‌که:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda_o - \lambda_e}{\lambda_e}$$

است و در آن λ_o طول موج دریافتی (رصد شده) و λ_e طول موج تابش شده است.

ادوین هابل با رصد کهکشان‌های متفاوت نشان داد که برای کهکشان‌های دوردست رابطه‌ای به صورت $v = H_\circ d$ برقرار است که در آن $H_\circ = ۶۹\ kms^{-۱}Mpc^{-۱}$ ثابت هابل، d فاصله کهکشان از ما و v سرعت کهکشان از دید ناظر زمینی است. با افزایش فاصله، سرعت دور شدن آن‌ها از ما بیشتر می‌شود. به این معنی که ابعاد کیهان در حال انبساط یا کش آمدن است. پس طول موج امواج نیز قرمزتر دیده می‌شوند که به این پدیده قرمزگرایی کیهانی می‌گوییم.

الف) اندازه‌های کیهانی در زمان t را با $d(t) = R(t)d(t_\circ)$ نشان می‌دهیم؛ که در آن $R(t)$ فاکتور مقیاس و $d(t_\circ) = d_\circ$ ابعاد کیهان در حال حاضر است. نشان دهید $R = \frac{۱}{(۱+z)}$. (۴۰ نمره)

ب) تابعیت چگالی جرمی در عالم برای عالمی که در آن تمامی ذرات نسبت به سرعت نور خیلی کند حرکت می‌کنند (غیر نسبیتی هستند) برحسب z چگونه است؟ (۲۰ نمره)

محاسبات و نکته‌های مهم

ج) به چگالی که در آن مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی (انرژی کل) اجرام کیهانی صفر است چگالی بحرانی کیهانی گفته می‌شود. انرژی کل اجرام نجومی را حساب کنید و رابطه‌ای برای چگالی بحرانی به دست آورید. (۴۰ نمره)

د) مقدار عددی چگالی بحرانی برحسب کیلوگرم بر مترمکعب چقدر است؟ (۱۰ نمره)

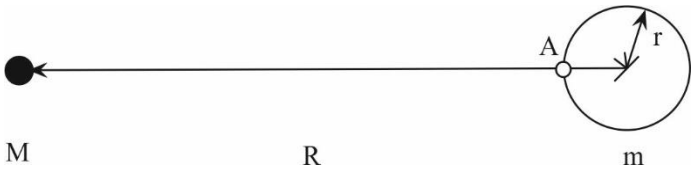
هـ) اگر این چگالی را بخواهیم در پارسک مکعب بنویسیم، چند جرم خورشید بر پارسک مکعب خواهد بود؟ (۱۰ نمره)

سؤال هشتم: (۱۳۰ نمره)

هنگامی‌که یک جسم غیر نقطه‌ای در یک میدان گرانشی غیریکنواخت قرار می‌گیرد، به اجزای متفاوت آن شتاب‌های گرانشی متفاوتی وارد می‌شود و در نتیجه دچار تغییر شکل خواهد شد که به این پدیده کِشند گفته می‌شود. در مرکز بیشتر کهکشان‌ها از جمله کهکشان راه شیری، یک آبَر سیاهچاله قرار دارد که جرمی از مرتبه چند میلیون جرم خورشید دارد. در نزدیکی ابرسیاهچاله یک محدوده ستاره‌ای بسیار چگال وجود دارد که به آن (خوشه ستاره‌ای هسته‌ای) می‌گوییم. برای راه شیری، این خوشه تقریباً شعاعی نزدیک به یک پارسک دارد و شامل حدود ۱۰ میلیون ستاره است که غالباً پیر هستند.

در چنین محیط چگالی، برهم‌کنش‌های فراوانی بین ستاره‌ها و نیز بین ابرسیاهچاله و ستاره‌ها رخ می‌دهد. یکی از این برهم‌کنش‌ها، رویداد گسیختگیِ کشندی است که طی آن، یک ستاره که بیش از حد به ابرسیاهچاله نزدیک شده است، به دلیل نیروی کشندی ابرسیاهچاله، دچار گسیختگی می‌شود و تمام یا بخشی از جرم آن به داخل ابرسیاهچاله سقوط می‌کند.

فرض کنید که ابرسیاهچاله دارای جرم M است و ستاره‌ای به جرم m و شعاع r در فاصله R (مطابق شکل) از آن قرار گرفته است. این ستاره دورانی به دور خودش ندارد و همچنین r در مقایسه با R بسیار کوچک است. می‌خواهیم حساب کنیم که تحت چه شرایطی، بخشی از ستاره در اثر نیروی کشندی از سطح آن جدا می‌شود. مطابق شکل نزدیک‌ترین نقطه ستاره به ابرسیاهچاله A و فاصله این نقطه تا ابرسیاهچاله برابر $R-r$ است.



محاسبات و نکته‌های مهم

الف) شتاب گرانشی از طرف ابرسیاهچاله به نقطه A را محاسبه کنید و سپس با کم کردن شتاب مرکز جرم ستاره (محاسبه شتاب نسبی)، شتاب کشندی ناشی از ابرسیاهچاله را به دست آورید. (۴۰ نمره)

می‌توانید از رابطه تقریبی بسط تیلور به صورت زیر استفاده کنید:

$$f(x) = f(x_{\circ} = \circ) + f'(x_{\circ} = \circ)x$$

ب) اکنون با مقایسه این شتاب با شتاب گرانشی ناشی از خود ستاره به اجزای سطح آن، حساب کنید که فاصله R حداقل باید چقدر باشد تا گسیختگی گرانشی رخ دهد؟ (۳۰ نمره)

ستاره S۲ که نزدیک‌ترین ستاره راه شیری به ابرسیاهچاله مرکزی است و جرم آن ۱۵ برابر جرم خورشید است، در مداری بیضوی به دور آن می‌چرخد. جرم ابرسیاهچاله کهکشان ما ۴ میلیون برابر جرم خورشید است. نیم قطر بزرگ مدار S۲ برابر ۹۷۰ AU و خروج از مرکز مدار آن برابر با ۰٫۸۸ است. از آنجا که این ستاره نسبتاً جوان است، احتمالاً در مراحل بعدی تحولش دچار انبساط خواهد شد.

ج) شعاع این ستاره باید به چه مقدار (برحسب شعاع خورشید) برسد تا فرآیند گسیختگی کشندی آغاز شود؟ (۳۰ نمره)

شعاع شوارزشیلد فاصله‌ای از مرکزی یک سیاهچاله است، که داخل آن هر اتفاقی بیفتد اطلاعی به بیرون منتقل نمی‌شود. این شعاع برابر $\frac{۲GM}{c^۲}$ است که در آن M جرم سیاهچاله، G ثابت جهانی گرانش و c سرعت نور است. فرض کنید یک ستاره نوترونی به جرم ۱٫۲ جرم خورشید و شعاع ۱۰ کیلومتر، مستقیم به داخل ابرسیاهچاله راه شیری سقوط می‌کند. در تمام فرآیند سقوط، گرانش از رابطه نیوتون پیروی می‌کند و از اثرات نسبیت عام نیز صرف‌نظر کنید.

د) محاسبه کنید گسیختگی گرانشی برای این ستاره نوترونی در چه فاصله‌ای از مرکز سیاهچاله رخ می‌دهد. سپس با مقایسه این فاصله با شعاع شوارزشیلد ابرسیاهچاله، بیان کنید آیا یک رصدگر می‌تواند این پدیده را مشاهده کند یا خیر؟ (۳۰ نمره)

محاسبات و نکته‌های مهم

آیریسک
کانون دانش‌پژوهان ایران

- آشنایی و برنامه‌ریزی المپیادهای علمی
- اطلاع‌رسانی تمام اخبار المپیادی کشور
- مشاوره و کلاس‌های آنلاین
- آزمون‌های آنلاین المپیاد
- معرفی منابع و فروشگاه کتاب آنلاین

برای دریافت، تصویر بالا را اسکن یا
"المپیاد آیریسک" را جستجو کنید.

@irysccom @irysc iran.olympiad