دفترچه سؤالات مرحله دوم

هجدهمین المپیاد نجوم و اخترفیزیک

سال برگزاری	تعداد سؤالات	زمان پاسخ‌گویی
۱۴۰۱	۸	۳۰۰ دقیقه

توضیحات مهم

استفاده از ماشین‌حساب مجاز است.

لطفاً قبل از شروع پاسخ‌گویی به سؤالات، این قسمت را به دقت بخوانید برای خواندن این قسمت ۱۰ دقیقه وقت اضافه در نظر گرفته شده است.

۱) این آزمون حاوی ۸ سؤال تشریحی است. مجموع کل نمره این آزمون ۱۰۰۰ نمره است که بسته به نوع سؤالات بین ۸ سؤال توزیع شده است. در سؤالاتی که بخش‌های الف و ب و ج و ... دارند نمره هر بخش به تفکیک داده شده است.

۲) در سؤالاتی که به جواب عددی منتهی می‌شوند، دقت پاسخ داده شده است. در این سؤالات نمره پاسخ نهایی وقتی داده خواهد شد که پاسخ نهایی در محدوده دقت باشد. منظور از محدوده دقت این است که اگر پاسخ نهایی A و دقت پاسخ X باشد جواب‌هایی که در بازه $[A-X\ ,\ A+X]$ باشند پذیرفته خواهند شد. مثلاً فرض کنید در یک سؤال از شما خواسته باشند یک زاویه را حساب کنید و دقت پاسخ را در یک درجه داده باشند. فرض کنید جواب درست ۱۳۵ درجه باشد، در این صورت اگر جواب شما بزرگ‌تر و مساوی ۱۳۴ و کوچک‌تر و مساوی ۱۳۶ باشد نمره پاسخ نهایی را خواهید گرفت. در غیر این صورت نمره پاسخ نهایی شما صفر است. توجه داشته باشید که این موضوع فقط مربوط به پاسخ نهایی سؤال است و شامل بخش‌های دیگر پاسخ نمی‌شود مثل نوشتن روابط لازم و حل معادلات، رسم شکل و ... اگر در سؤالی دقت جواب نهایی داده نشده باشد، مقدار پیش‌فرض X برابر است با $X = ۰/۱A$.

۳) دقت کنید که تمامی مقادیر ثابت باید از جدول ثوابت که در ابتدای سؤالات آمده گرفته شوند. اگر شما خواستید سؤالی را از یک روش ابتکاری و جدید حل کنید و نیاز به ثابتی داشتید که در جدول ثوابت نبود، حتماً آن ثابت را در ابتدای پاسخ خود به سؤال، داخل کادر بنویسید. در این مورد اگر راه‌حل شما درست باشد و پاسخ شما هم در محدوده دقت باشد، نمره کامل خواهید گرفت.

۴) برای دقت و خوانایی بیشتر و ممانعت از محدودیت‌های نرم‌افزار مایکروسافت Word فارسی، در این آزمون از اعداد انگلیسی استفاده شده است. شما در پاسخنامه می‌توانید به اختیار خود از اعداد فارسی و یا انگلیسی استفاده کنید.

ثوابت فیزیکی و نجومی

کمیت		مقدار	
G	ثابت جهانی گرانش	$m^3 s^{-2} kg^{-1}$	$۶٫۶۷\times۱۰^{-۱۱}$
c	سرعت نور	ms^{-1}	$۳٫۰۰\times۱۰^{۸}$
σ	ثابت استفان- بولتزمان	$W m^{-2} K^{-4}$	$۵٫۶۷\times۱۰^{-۸}$
k	ثابت بولتزمان	JK^{-1}	$۱٫۳۸\times۱۰^{-۲۳}$
	عدد آووگادرو	mol^{-1}	$۶٫۰۲\times۱۰^{۲۳}$
Ly	سال نوری	m	$۹٫۴۶\times۱۰^{۱۵}$
pc	پارسک	m	$۳٫۰۹\times۱۰^{۱۶}$
AU	واحد نجومی	m	$۱٫۵۰\times۱۰^{۱۱}$
$M_\odot$	جرم خورشید	kg	$۱٫۹۹\times۱۰^{۳۰}$
$R_\odot$	شعاع خورشید	m	$۶٫۹۶\times۱۰^{۸}$
$L_\odot$	درخشندگی خورشید	W	$۳٫۸۵\times۱۰^{۲۶}$
$M_\odot$	قدر مطلق خورشید		+۴٫۷۲
$m_\odot$	قدر ظاهری خورشید		-۲۶٫۷
$T_\odot$	دمای مؤثر سطح خورشید	K	۵۷۸۰
$M_\oplus$	جرم زمین	kg	$۵٫۹۷\times۱۰^{۲۴}$
$R_\oplus$	شعاع زمین	km	۶۳۸۰
	دوره تناوب حرکت تقدیمی زمین	yr	۲۵۷۷۲
ε	تمایل محور زمین		$۲۳^\circ٫۵$

محاسبات و نکته‌های مهم

سؤالات مرحله دوم المپیاد نجوم و اختر فیزیک سال ۱۴۰۱

سؤال اول (۱۳۰ نمره)

اخترشناسان با رصد دقیق، یک منظومه فراخورشیدی یافته‌اند که در آن سیاره‌ای به جرم m به دور ستاره‌ای به جرم M می‌گردد، بردارهای مکان و سرعت سیاره در یک لحظه از زمان به صورت زیر اندازه‌گیری شده است:

$$\vec{r} = \frac{۱}{۲\sqrt{۲}}(\hat{I} + \hat{k})$$

$$\vec{v} = \sqrt{۳}\,\hat{J} + \hat{k}$$

این دو بردار در دستگاه مختصاتی کارتزینی نوشته شده‌اند که مبدأ آن روی مرکز ستاره و محورهای x و y آن در صفحه مداری سیاره و محور z عمود بر صفحه مداری در جهت راستگرد قرار دارد. $\hat{I}$ و $\hat{J}$ و $\hat{k}$ بردارهای یکه در دستگاه مختصات کارتزین هستند.

الف) تعیین کنید شکل مدار کدامیک از مقاطع مخروطی (دایره، بیضی، سهمی و یا هذلولی) است؟ (۳۰ نمره)

ب) مختصات کارتزین (x, y, z) نقطه حضیض مدار را تعیین کنید. (۱۰۰ نمره)

توجه: فرض کنید جرم ستاره مرکزی به گونه ایست که $GM = ۱$ باشد. از جرم سیاره در مقابل ستاره صرف‌نظر کنید. در این مسئله باید مشروح محاسبات داده شود. صرفاً نام بردن از یک مقطع مخروطی کافی نیست و در صورت درست بودن جواب، فقط نمره جواب نهایی را خواهد گرفت.

سؤال دوم: (۸۰ نمره)

حد قدری یک تلسکوپ عبارت است از قدر ظاهری کم نورترین ستاره‌ای که به کمک آن تلسکوپ قابل رصد است.

الف) حد قدری تلسکوپی m_1 است. کم جرم‌ترین ستاره‌ای که در یک خوشه ستاره‌ای به فاصله r (r برحسب پارسک) به کمک این تلسکوپ قابل رصد است، چند برابر جرم خورشید جرم دارد؟ (راهنمایی: سعی کنید روابط را بر حسب $\log(\frac{M}{M_\odot})$ بنویسید.) (۳۵ نمره)

ب) اگر میزان خاموشی محیط میان ستاره‌ای به صورت αr سبب افزایش قدر ستاره شود (α ضریب خاموشی، بر حسب قدر بر کیلوپارسک است)؛ کم جرم‌ترین ستاره قابل مشاهده توسط این تلسکوپ چند برابر جرم خورشید خواهد بود؟ (۲۰ نمره)

ج) یک خوشه ستاره‌ای در فاصله $r = ۲۰۰۰$ پارسکی از ما قرار گرفته است. اگر ضریب خاموشی $\alpha = ۰/۷۵$ قدر بر کیلوپارسک باشد، نسبت جرم قسمت ب به جرم قسمت الف چند است؟ (۲۵ نمره)

همه ستاره‌های خوشه، ستاره‌های رشته اصلی هستند و برای آن‌ها رابطه $L \propto M^۳$ برقرار است که در آن M جرم و L درخشندگی ستاره است.

محاسبات و نکته‌های مهم

سؤال سوم: (۱۲۰ نمره)

سازمان فضایی می‌خواهد ماهواره‌ای را طی مانوری خاص به خارج از منظومه خورشیدی بفرستد. این مانور به این گونه است که ماهواره در هر مرحله در مدار بیضوی‌ای قرار دارد و لحظه‌ای که در اوج مداری قرار دارد سرعتی به اندازه u در جهت عمود به حرکت به آن اضافه می‌شود.

فرض کنید مدار ابتدایی یک مدار دایروی با شعاعی بسیار نزدیک به شعاع زمین است و در این حالت سرعت u عمود بر مسیر حرکت اضافه می‌شود.

الف) خروج از مرکز و نیم قطر بزرگ مدار مرحله دوم را بر حسب u به دست بیاورید. (۲۵ نمره)

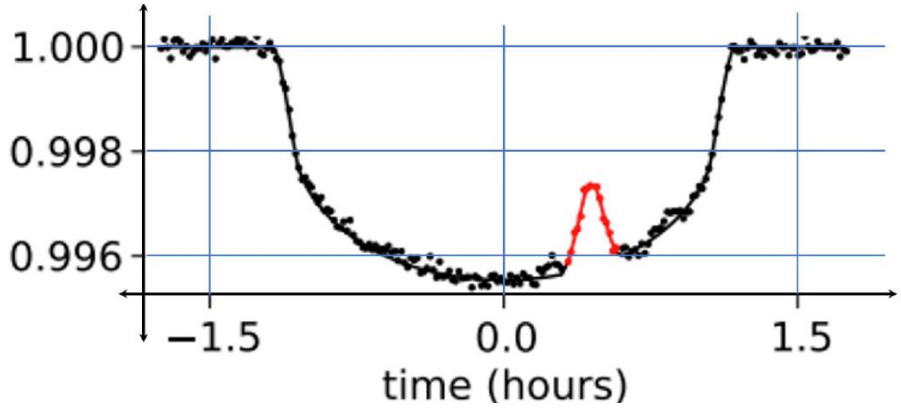
ب) فرض کنید ماهواره در مرحله i ام در مداری با خروج از مرکز و نیم قطر بزرگ e_i و a_i باشد، خروج از مرکز و نیم قطر بزرگ ماهواره را در مرحله بعدی بر حسب a_i و e_i و u ثوابت فیزیکی به دست بیاورید. (۴۰ نمره)

ج) خروج از مرکز و نیم قطر بزرگ مرحله i ام را فقط بر حسب i و u و ثوابت فیزیکی به دست بیاورید. (۳۵ نمره)

د) بعد از چند مرحله این ماهواره به مرحله فرار می‌رسد؟ (۲۰ نمره)

سؤال چهارم: (۱۳۰ نمره)

منظومه‌ای فراخورشیدی را در نظر بگیرید که ستاره‌ای خورشیدگون دارد و سیارهٔ آن در مدار دایروی با تمایل مداری 87° گرد ستاره‌اش می‌گردد. منحنی نوری زیر را از یکی از گرفت‌های سیاره ثبت کرده‌ایم که اثرات یک لکهٔ ستاره‌ای نیز در آن مشهود است. لکه‌های ستاره‌ای نواحی نسبتاً سرد روی سطح ستاره‌ها هستند که معمولاً ابعاد بزرگ‌تری از سیارات دارند و دمای آن‌ها در حدود ۱۰۰۰ درجه از دمای سطح ستاره کمتر است و نسبت به سطح ستاره تاریک‌تر دیده می‌شوند. در بعضی از ستاره‌ها ممکن است ابعاد لکه آنچنان بزرگ باشد که اثر آن در دخشانی ستاره قابل اندازه‌گیری شود.



الف) دمای سطحی لکهٔ ستاره‌ای چند کلوین است؟ (۲۵ نمره)

ب) شعاع سیاره چند برابر شعاع زمین است؟ (۱۵ نمره)

محاسبات و نکته‌های مهم

ج) شعاع مدار گردش سیاره به دور ستاره را پیدا کنید. (۲۵ نمره)

د) سرعت مداری سیاره چقدر است؟ (۲۰ نمره)

هـ) ابعاد لکه را بر حسب شعاع زمین تخمین بزنید. (۱۵ نمره)

و) اگر لکه با سرعت $۳۵۰\ ms^{-۱}$ خلاف جهت حرکت سیاره حرکن کند، منحنی نوری در گرفت بعدی چه تغییری می‌کند؟ آن را رسم کنید. فرض کنید دمای لکه ثابت باقی بماند، همچنین لکه روی خط گرفت حرکت کند. (۳۰ نمره)

سؤال پنجم: (۱۲۰ نمره)

سرعت نور یکی از ثوابت اساسی در عالم است. ثابت بودن سرعت نور به ما این امکان را می‌دهد که میزان مسافتی که نور در فضا می‌پیماید را برحسب زمان بیان کنیم. در یک عالم منبسط شونده با ضریب مقیاس $a(t)$، مسافتی (d) را که یک پرتو نور از زمان تابش (زمانی که فوتون تولید می‌شود) تا زمان جذب (زمانی که فوتون توسط ابزارهای ما رصد می‌شود)، در چارچوب همراه، می‌پیماید از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$d = x(t_e) - x(t_۰) = \int_{t_e}^{t_۰} \frac{cdt'}{a(t')}$$

که در آن $a(t)$ ضریب مقیاس تابعی از زمان، c سرعت نور، t_e زمان تابش فوتون و $t_۰$ زمان حال یا زمان رصد فوتون و به همین ترتیب $x(t_e)$ مکان فوتون در زمان تابش و $x(t_۰)$ مکان فوتون در زمان رصد در چارچوب همراه است. در کیهان‌شناسی چارچوب همراه چارچوبی است که در آن مختصات و فواصل در یکای ضریب مقیاس اندازه‌گیری می‌شوند. برای تعیین فواصل در این دستگاه باید ابتدا مختصات را در چارچوب فیزیکی تعیین کنیم و سپس آن را به ضریب مقیاس تقسیم کنیم. در رابطه بالا cdt' مسافت فیزیکی است که نور در زمان dt' می‌پیماید با تقسیم این مسافت بر ضریب مقیاس و انتگرال‌گیری روی زمان کل مسافت طی شده توسط فوتون در چارچوب همراه به دست می‌آید. چون مختصات فیزیکی و ضریب مقیاس هر دو به یک نسبت در عالم منبسط می‌شوند مختصات در دستگاه همراه، همواره ثابت می‌ماند. توجه کنید که مبدأ دستگاه مختصات همراه که x در آن اندازه‌گیری می‌شود روی زمین است.

بدون توجه به جزئیات مهبانگ، در نظر بگیرید که همه نقاط عالم در لحظه مهبانگ در یگ نقطه متمرکز بوده‌اند. فرض کنید هم‌زمان با رخ دادن مهبانگ یک فوتون هم تابش شده باشد. این فوتون بعد از سفری طولانی در فضا زمان، در زمان حال $(t_۰)$ توسط ابزارهای نجومی ما رو زمین رصد می‌شود.

الف) فاصله فیزیکی لحظه‌ای این فوتون را در هر لحظه از زمان (t) از زمین برحسب $t_۰$ و c به دست آورید. (۹۰ نمره)

ب) این فوتون در زمان مهبانگ به همراه تمامی نقاط عالم با ما هم مکان بوده است در زمان حال هم که به کمک ابزارهای ما رصد شده با ما هم مکان است، بنابراین فاصله فوتون از ما باید یک بیشینه داشته باشد. مقدار بیشینه فاصله فیزیکی را بر حسب پارامترهای مسئله به دست آورید. (۳۰ نمره)

جهان را تخت و ماده غالب در نظر بگیرید در چنین جهانی ضریب مقیاس به شکل $a(t) = (\frac{t}{t_۰})^{\frac{۲}{۳}}$ با زمان رابطه دارد.

محاسبات و نکته‌های مهم

سؤال ششم: (۱۵۰ نمره)

دو ستاره داریم که هم اکنون در مختصات زیر هستند:

$$A\begin{cases}\alpha = ۲^h\ ۳۲^m \\ \delta = ۴۲^\circ\end{cases} \qquad B\begin{cases}\alpha = ۲^h\ ۳۲^m \\ \delta = ۶۱^\circ\end{cases}$$

همان‌طور که مشخص است این دو ستاره هم اکنون هم‌بعد هستند.

الف) حساب کنید چند سال دیگر دوباره این دو ستاره هم‌بعد خواهند شد؟ این مدت زمان را Δt می‌نامیم. (۴۰ نمره)

ب) بعد از گذشت هزار سال از زمان حال، بیشینه عرض جغرافیایی که می‌تواند این دو ستاره را هم‌سمت ببینند چقدر است؟ (۵۰ نمره)

ج) ثابت کنید بعد از گذشت $\frac{\Delta t}{۲}$ از زمان حال، فاصله زمانی دوبار هم‌سمت شدن پیاپی این دو ستاره برای ناظری در عرض جغرافیایی ϕ از رابطه زیر پیروی می‌کند:

$$\Delta H = ۲\cos^{-۱}(Q\tan\phi)$$

که در آن Q یک ثابت است و مقدار عددی آن را نیز محاسبه کنید. (۶۰ نمره)

سؤال هفتم: (۱۴۰ نمره)

کهکشانی با تعداد $۱۰^{۱۱}$ ستاره را در نظر بگیرید که در ابتدای شکل‌گیری $(t = ۰)$ از سه نوع ستاره با قدرهای مطلق $M_۱ = ۵$ و $M_۲ = ۲/۵$ و $M_۳ = ۰$ تشکیل شده است. اگر نسبت تعداد ستاره‌ها به صورت $\frac{N_۱}{N_۲} = ۱۰$ و $\frac{N_۲}{N_۳} = ۱۰$ باشد، مقادیر جرم کهکشان (m)، درخشندگی کل (L)، قدر مطلق کل (M) و نسبت جرم به درخشندگی $(\frac{m}{L})$ را در زمان‌های خواسته شده در جدول زیر محاسبه کنید. فرض کنید ستاره‌های این کهکشان در روند تحولی خود تبدیل به کوتوله سفید می‌شوند که جرم آن‌ها با جرم اولیه ستاره به شکل زیر رابطه دارد

$$m_{wd} = ۰/۰۸\ m_i + ۰/۴۸\ m_\odot$$

در این رابطه m_i جرم اولیه ستاره است.

	$t = ۰$	$t = ۰/۵$ Gyr	$t = ۲/۵$ Gyr
m			
L			
$\frac{m}{L}$			
M			

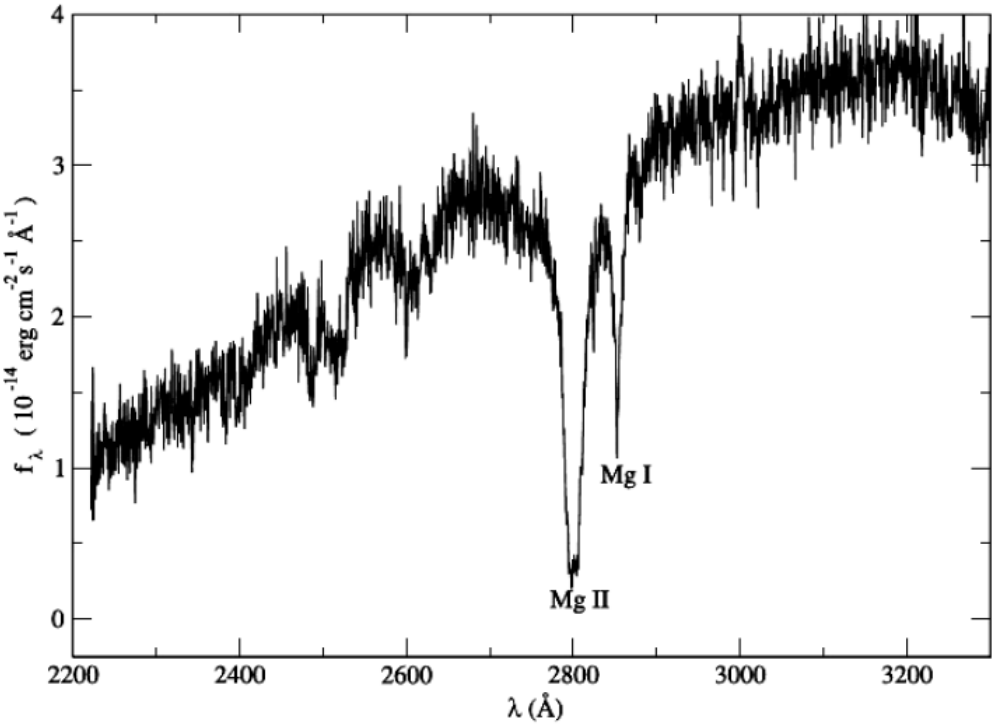
محاسبات و نکته‌های مهم

توجه: منظور از جرم در این سؤال جرم ستاره‌ای و بازمانده‌های ستاره‌ایست. از درخشندگی کوتوله‌های سفید صرف‌نظر کنید. در این سؤال مشروح محاسبات باید در پاسخ‌نامه بیاید. بعد از اینکه محاسبات را انجام دادی جدولی شبیه جدول بالا در پاسخ‌نامه رسم کنید و نتایج محاسبات خود را در آن وارد کنید. توجه کنید که برگه سؤال تصحیح نخواهد شد. همه موارد خواسته شده در جدول را برحسب مقادیر خورشیدی ($m_\odot$ و $L_\odot$ و $(\frac{m}{L})_\odot$) بیان کنید. ($1\ Gyr = 10^9\ yr$)

سؤال هشتم: (۱۳۰ نمره)

در تصویر زیر نمودار نورسنجی از یک کوتوله سفید DZ و سرد (Cool DZ White Dwarf) در محدوده پرتوهای فرابنفش نشان داده شده است. این دسته از کوتوله‌های سفید کمی سردتر و با خطوط فلزیِ بیشتر نسبت به هیدروژن و هلیوم در طیف خود هستند.

در این نورسنجیِ تصحیح شده (اثرات حرکتی و ناشی از انتقال به قرمز حذف شده‌اند)، خطوط جذبی عنصر منیزیم خنثی Mg و یونیزه Mg^+ به خوبی مشخص هستند؛ که به ترتیب در طول موج‌های ۲۸۵۲ و ۲۷۹۹ آنگستروم ثبت شده‌اند.



الف) مشخص کنید دمای مؤثر سطحی برای این ستاره حدوداً چقدر است؟ (۱۵ نمره)

ب) اگر انرژی یونش برای این عنصر ۷۳۸ کیلوژول بر مول باشد، هر اتم منیزیم در چه دمایی یونیزه می‌شود؟ آیا در سطح این ستاره اکثر منیزیم‌های یونیزه‌اند؟ بله یا خیر؛ فقط توضیح دهید. (۲۵ نمره)

ج) شار دریافتی یا روشنایی در قله این نمودار چند وات بر متر مربع در هر نانومتر است؟ هر اِرگ 10^{-7} ژول است. (۲۵ نمره)

محاسبات و نکته‌های مهم

د) می‌دانیم برای ستارگان با توجه به برقراری تعادل هیدرواستاتیک، رابطه شعاع- جرم به‌صورت $R_{wd} = M_{wd}^{-\frac{1}{3}}$ است. اگر جرم این ستاره در ابتدا ۱٫۵ برابر جرم خورشید بوده باشد و بدانیم خورشید در انتهای عمرش به یک کوتوله سفید با شعاع $\frac{1}{74}$ مقدار کنونی تبدیل خواهد شد، تابندگی این ستاره را بدست آورید. (۲۵ نمره)

هـ) اگر بخواهیم با استفاده از خط جذبی Mg II اثر انتقال به قرمز گرانشی را در طیف‌سنجی از این ستاره تشخیص دهی، حداقل وضوح طیف‌سنج چقدر باید باشد؟ این ستاره نسبت به ما حرکت شعاعی ندارد. (۴۰ نمره)

توجه: در این سؤال برای تعیین جرم کوتوله سفید از رابطه‌ای که در مسئل هفتم داده شده کمک بگیرید.

محاسبات و نکته‌های مهم

آیریسک
کانون دانش‌پژوهان ایران

- آشنایی و برنامه‌ریزی المپیادهای علمی
- اطلاع‌رسانی تمام اخبار المپیادی کشور
- مشاوره و کلاس‌های آنلاین
- آزمون‌های آنلاین المپیاد
- معرفی منابع و فروشگاه کتاب آنلاین

برای دریافت، تصویر بالا را اسکن یا
"المپیاد آیریسک" را جستجو کنید.

@irysccom @irysc iran.olympiad