

## دفترچه سؤالات مرحله دوم

# نوزدهمین المپیاد نجوم و اخترفیزیک

سال برگزاری	تعداد سؤالات	زمان پاسخ‌گویی
۱۴۰۲	۱۰	۳۰۰ دقیقه

### توضیحات مهم

#### استفاده از ماشین حساب مجاز است.

- لطفاً قبل از شروع پاسخ‌گویی به سؤالات، این قسمت را به دقت بخوانید برای خواندن این قسمت ۵ دقیقه وقت اضافه در نظر گرفته شده است.
- (۱) این آزمون حاوی ۱۰ سؤال تشریحی است. مجموع کل نمره این آزمون ۱۰۰۰ نمره است که بسته به نوع سؤالات بین ۱۰ سؤال توزیع شده است. در سؤالاتی که بخش‌های الف و ب و ج و ... دارند نمره هر بخش به تفکیک داده شده است.
- (۲) سؤالات اول و دوم و سوم سؤالات کوتاه هستند. این سؤالات به نسبت سؤال‌های چهارم تا دهم زمان کمتری لازم دارند و نمره آن‌ها نیز کمتر است.
- (۳) دقت کنید که تمامی مقادیر ثابت باید از جدول ثوابت که در ابتدای سؤالات آمده گرفته شوند. اگر شما خواستید سؤالی را از یک روش ابتکاری و جدید حل کنید و نیاز به ثابتی داشتید که در جدول ثوابت نبود، حتماً آن ثابت را در ابتدای پاسخ خود به سؤال، داخل کادر بنویسید. در این مورد اگر راه‌حل شما درست باشد و پاسخ شما هم در محدوده دقت باشد، نمره کامل خواهید گرفت.
- (۴) در بعضی از سؤالات در پایان سؤال توضیحاتی داده شده که به شما در حل سؤال کمک می‌کند و یا توجه به آن‌ها لازم است. پس حتماً قبل از شروع به حل سؤال، متن سؤال را به طور کامل بخوانید.
- (۵) برای دقت و خوانایی بیشتر و ممانعت از محدودیت‌های نرم‌افزار میکروسافت Word فارسی، در این آزمون از اعداد انگلیسی استفاده شده است. شما در پاسخنامه می‌توانید به اختیار خود از اعداد فارسی و یا انگلیسی استفاده کنید.



ثوابت فیزیکی و نجومی

مقدار		کمیت	
$6.67 \times 10^{-11}$	$m^3 s^{-2} kg^{-1}$	ثابت جهانی گرانش	G
$3.00 \times 10^8$	$ms^{-1}$	سرعت نور	c
$5.67 \times 10^{-8}$	$W m^{-2} K^{-4}$	ثابت استفان - بولتزمان	$\sigma$
$1.38 \times 10^{-23}$	$JK^{-1}$	ثابت بولتزمان	k
$6.02 \times 10^{23}$	$mol^{-1}$	عدد آووگادرو	
$9.46 \times 10^{15}$	m	سال نوری	Ly
$3.09 \times 10^{16}$	m	پارسک	pc
$1.50 \times 10^{11}$	m	واحد نجومی	AU
$1.99 \times 10^{30}$	kg	جرم خورشید	$M_{\odot}$
$6.96 \times 10^8$	m	شعاع خورشید	$R_{\odot}$
$3.85 \times 10^{26}$	W	درخشندگی خورشید	$L_{\odot}$
+4.72		قدر مطلق خورشید	$M_{\odot}$
-26.7		قدر ظاهری خورشید	$m_{\odot}$
5780	K	دمای مؤثر سطح خورشید	$T_{\odot}$
$5.97 \times 10^{24}$	kg	جرم زمین	$M_{\oplus}$
6380	km	شعاع زمین	$R_{\oplus}$
25772	yr	دوره تناوب حرکت تقدیمی زمین	
$23^{\circ} 5'$		تمایل محور زمین	$\varepsilon$

قدر کم نورترین ستاره قابل مشاهده با چشم غیر مسلح =  $6.7^m$

قطر مردمک چشم انسان = 6 میلی متر



محاسبات و نکته های مهم





سؤال اول (۳۵ نمره)

کوتوله سفیدی به جرم  $m = 1 M_{\odot}$  را در نظر بگیرید که از ستاره همدم خود با آهنگ  $10^{-9} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$  هیدروژن را می‌بلعد. این فرایند به مدت  $10^5$  سال ادامه پیدا می‌کند. سپس هیدروژن بلعیده شده به یکبارہ و در مدت ۹۰ روز می‌سوزد و به هلیوم تبدیل می‌شود. درخشندگی تولید شده در این فرایند چند برابر درخشندگی خورشید است؟ (در مجموعه واکنش‌های هسته‌ای هیدروژن‌سوز ۰/۷ درصد ماده هیدروژنی به انرژی تبدیل می‌شود)

سؤال دوم: (۴۵ نمره)

فضانوردی را در نظر بگیرید که به درون یک سیاه‌چاله سقوط می‌کند. در اثر نزدیکی به سیاه‌چاله و به دلیل تغییرات شدید میدان گرانش، بدن فضانورد در راستای قد او کشیده می‌شود. حداکثر کشیدگی که فضانورد می‌تواند تحمل کند ۱۰۰۰ نیوتن است. اگر جرم این فضانورد را ۱۰۰ کیلوگرم و قد او را ۲ متر در نظر بگیریم، جرم سیاه‌چاله در چه شرایطی باید صدق کند تا فضانورد بتواند به سلامت از افق حادثه سیاه‌چاله (شعاع شوارتزشیلد) عبور کند.

سؤال سوم: (۴۵ نمره)

تعداد ستاره‌هایی که با چشم غیر مسلح (حداکثر قدر ظاهری ۶) در کل آسمان قابل مشاهده است حدوداً ۶۰۰۰ تا است. فرض کنید عالم کاملاً همگن و تمامی این ستاره‌ها خورشیدگون هستند. در این صورت قدر ستاره‌ای که شار آن معادل کل شار دریافتی از این ستاره‌ها باشد چقدر است؟ قدر به دست آمده را با قدر سیاره زهره مقایسه کنید.

سؤال چهارم: (۷۰ نمره)

اخترشناسان از انتقال به سرخ  $Z$  برای تعیین فاصله و یا به عنوان معیاری از زمان در کیهان‌شناسی استفاده می‌کنند. انتقال به سرخ نمایانگر زمانی است که اندازه عالم  $\frac{1}{1+Z}$  برابر اندازه کنونی بوده است. اخیراً تلسکوپ فضایی جیمز وب ستاره‌های دو کهکشان دور دست را طیف‌نگاری کرده است. این دو کهکشان به ترتیب در انتقال به سرخ‌های  $Z_{g1} = 11$  و  $Z_{g2} = 13$  قرار دارند. بر مبنای اطلاعات طیفی به نظر می‌رسد سن ستاره‌های این دو کهکشان به ترتیب  $\tau_1 = 400 \text{ Myr}$  و  $\tau_2 = 200 \text{ Myr}$  باشد. فرض کنید کمیت  $Z_f$  انتقال به سرخ مرتبط با زمانی را نشان می‌دهد که ستاره‌های هر کدام از این دو کهکشان متولد شده‌اند.

الف) عبارتی کلی  $Z_f$  بر حسب  $Z_g$  و  $\tau$  به دست آورید. (۴۵ نمره)

ب) مقدار عددی  $Z_f$  را برای دو کهکشان بالا حساب کنید. (۲۵ نمره)



محاسبات و نکته‌های مهم



سؤال پنجم: (۱۱۵ نمره)

رصدخانه ملی ایران (INO340) در قله گرگرش واقع در ۳۳ کیلومتری جنوب کاشان و در ارتفاع ۳۶۰۰ متری از سطح دریا قرار دارد. این رصدخانه مجهز به یک تلسکوپ از نوع ریچی کرتین و با میدان دید ۲۰ دقیقه قوس است. قطر آینه اصلی آن ۳/۴ متر و نسبت کانونی تلسکوپ ۱۱/۲۴ است. این تلسکوپ در تاریخ پنجم مهرماه ۱۴۰۱ اولین نور خود را دریافت کرد که در طی آن از کهکشان NGC23 با توان تفکیک ۰/۶۵ ثانیه قوسی تصویربرداری کرد. پارامتر دید محل رصدخانه در شب‌های مختلف بین ۰/۵۵ تا ۰/۷ ثانیه قوس متغیر است.

الف) حد قدری نظری این تلسکوپ چقدر است؟ (۲۰ نمره)

ب) قدرت تفکیک زاویه‌ای نظری این تلسکوپ در ناحیه مرئی ( $\lambda = 500 \text{ nm}$ ) چند ثانیه قوس است؟ (۱۵ نمره)

ج) فاصله کانونی مؤثر تلسکوپ چند میلی‌متر است؟ (۱۰ نمره)

د) مقیاس صفحه این تلسکوپ چند ثانیه قوس بر میلی‌متر است؟ (۲۰ نمره)

هـ) ابعاد CCD مورد استفاده در INO340 چقدر باید باشد؟ (۲۰ نمره)

و) اگر پیکسل‌های CCD مربعی و به ابعاد ۲۰ میکرومتر باشند، CCD آن باید حدوداً چند مگاپیکسل داشته باشد؟ (۱۵ نمره)

ز) هر پیکسل تقریباً چند ثانیه قوس را پوشش خواهد داد؟ (۱۵ نمره)

سؤال ششم: (۱۱۵ نمره)

از روی میانگین شهاب‌های مشاهده شده در روز تخمین زده می‌شود که روزانه حدود ۴۴۰۰۰ کیلوگرم شهاب سنگ وارد جو زمین شده، می‌سوزد و به صورت گرد و غبار روی سطح زمین می‌نشیند. شهاب‌سنگ‌ها ذرات سرگردانی هستند که زمین با عبور خود از میان آن‌ها (ناشی از گردش به دور خورشید) آن‌ها را جارو می‌کند. سرعت میانگین این ذرات در منظومه شمسی نسبت به سرعت زمین به دور خورشید ناچیز است.

الف) با فرض جسم سیاه بودن زمین، مقدار درخشندگی زمین ناشی از دریافت انرژی از خورشید را محاسبه کنید. (۲۵ نمره)

ب) نسبت انرژی آزاد شده یک شهاب‌سنگ به جرم  $m$  ناشی از گرانش (انرژی گرانشی ناشی از افتادن ذره روی سطح زمین) به انرژی آزاد شده ناشی از هم سرعت شدن شهاب‌سنگ با زمین (در اثر برخورد و اصطکاک شهاب سنگ با جو) را به دست آورید. (۳۵ نمره)

ج) اگر انرژی تمام شهاب‌سنگ‌ها به صورت درخشندگی تابش شود، نسبت درخشندگی شهاب‌سنگ‌ها ( $L_{acc}$ ) به درخشندگی زمین (قسمت الف) چقدر است؟ (۳۵ نمره)

د) خاکستر شهاب‌سنگ‌ها به صورت گرد و غبار روی سطح زمین می‌نشینند. چند سال زمان لازم است تا یک سانتی‌متر گرد و غبار ناشی از شهاب‌سنگ‌ها روی زمین جمع شود؟ چگالی گرد و غبار حدوداً  $3 \times 10^3 \text{ kgm}^3$  است. (۲۰ نمره)



محاسبات و نکته‌های مهم



سؤال هفتم: (۱۲۵ نمره)

می‌خواهیم از رابطه جرم-درخشندگی ادینگتون، به رسم دقیقی از رشته اصلی ستارگان بر روی نمودار هرتسپرونگ-راسل برسیم! اگر رابطه ضابطه‌کند ادینگتون برای محدوده‌های جرمی مختلف ستارگان رشته اصلی به صورت زیر باشد

$$L \propto \begin{cases} M^{2.5} & M \leq 0.6 M_{\odot} \\ M^{4.5} & 0.6 M_{\odot} < M \leq 4 M_{\odot} \\ M^3 & 4 M_{\odot} < M \end{cases}$$

و همچنین بدانیم رابطه دمای درونی ( $T_1$ ) در این ستارگان با دمای سطحی ( $T_s$ ) آن‌ها، برحسب عمق اپتیکی ( $\tau$ ) به صورت

$$T_1 = T_s (\tau + 1)^{\frac{1}{4}}$$

است.

الف) ابتدا دمای سطحی این ستارگان را به صورت تابعی از جرم و شعاعشان به دست آورید. (۲۵ نمره)

ب) اگر بخواهیم برای ستارگان رشته اصلی رابطه‌ای توانی بین شعاع و جرمشان بیابیم، برای هر محدوده جرمی توان این رابطه را به دست آورید. (۴۰ نمره)

ج) با استفاده از رابطه به دست آمده و علم به این مطلب که بر روی نمودار هرتسپرونگ-راسل می‌توان درخشندگی را برحسب دمای سطحی رسم کرد، در بازه‌های جرمی مختلف ابتدا رابطه میان این دو کمیت را برای ستارگان رشته اصلی به دست آورید و سپس بر روی نموداری که در پاسخ‌نامه‌ی این سؤال به شما داده شده است، خطوط ضابطه‌مند مربوط به ستارگان رشته اصلی را ترسیم نمایید. (۶۰ نمره)

توجه: مقدار عمق نوری در مرکز تمامی ستاره‌های رشته اصلی تقریباً یکسان و برابر  $10^{12}$  است. روی سطح ستاره دمای گاز را تقریباً برابر دمای مؤثر در نظر بگیرید.

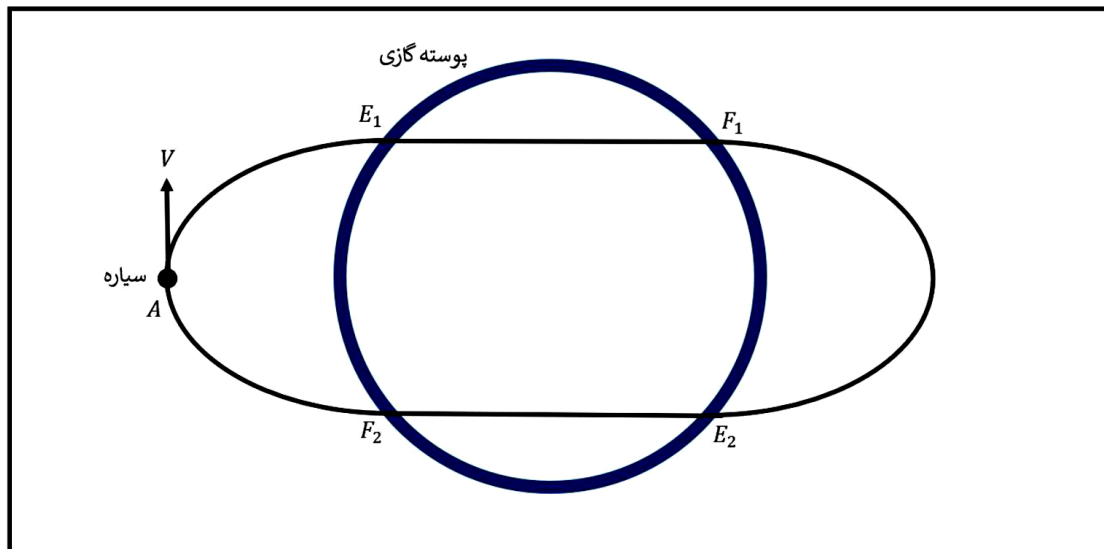


محاسبات و نکته‌های مهم



سؤال هشتم: (۱۴۰ نمره)

فرض کنید ستاره‌ای با ساختار غیرعادی داریم به صورتی که هسته ستاره منفجر شده و ذرات آن به بیرون پراکنده شده‌اند و این اتفاق باعث شده تا ستاره به پوسته‌ای گازی کروی شکل و رقیق که جرم آن به اندازه جرم ستاره و ضخامت آن در مقابل شعاع پوسته کوچک است تبدیل شود. سیاره‌ای به دور این ستاره در گردش است. مطابق شکل زیر سیاره در ابتدا در نقطه  $A$  قرار دارد جایی که بردار سرعت آن  $V$  بر شعاع مداری سیاره عمود است. مدار سیاره به پوسته کروی نزدیک است به گونه‌ای که در نقطه  $E_1$  سیاره وارد پوسته کروی می‌شود و مسیر نقطه  $E_1$  تا  $F_1$  را درون پوسته طی می‌کند و در نقطه  $F_1$  از پوسته خارج می‌شود. در ادامه مسیر دوباره در نقطه  $E_2$  وارد و در نقطه  $F_2$  از پوسته خارج می‌شود و در نهایت به نقطه  $A$  می‌رسد و مدار کامل می‌شود.



اگر جرم پوسته  $1.2 M_{\odot}$  و شعاع آن  $1.5 M_{\odot}$  و فاصله اولیه سیاره تا مرکز ستاره  $2.1 R_{\odot}$  باشد آنگاه:

(الف) سرعت اولیه ( $V$ ) سیاره باید چقدر باشد تا این حرکت به این گونه انجام شود؟ (۵۰ نمره)

(ب) مدت زمان یک دوره تناوب کامل سیاره چقدر است؟ (۴۵ نمره)

(ج) آیا مقدار غیرصفر دیگری برای سرعت سیاره در آن نقطه وجود دارد که در نهایت به همان نقطه اول بازگردد؟ اگر این امکان وجود ندارد با استدلال توضیح دهید و اگر وجود دارد یک مثال بزنید. (۴۵ نمره)

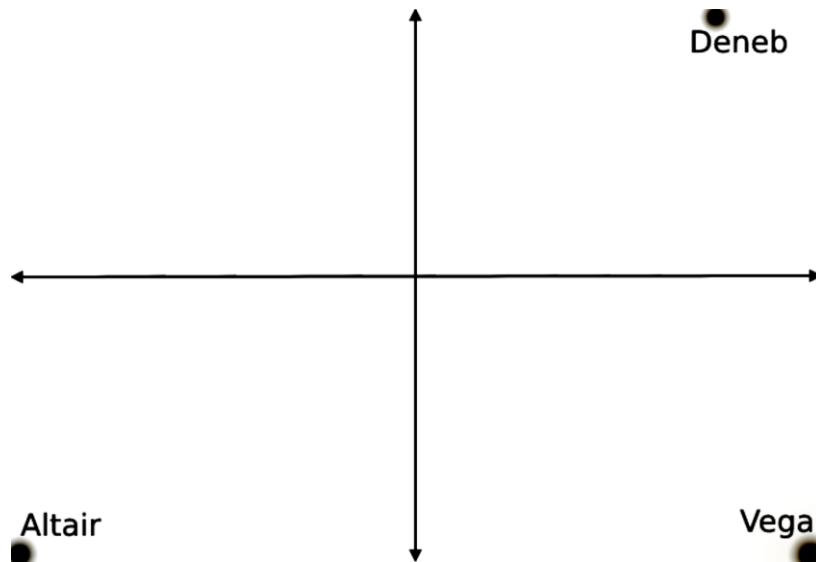


محاسبات و نکته‌های مهم



سؤال نهم: (۱۷۰ نمره)

رصدگری در یک شب تابستانی در حال عکاسی از آسمان است و تصمیم می‌گیرد که از مثلث تابستانی عکس بگیرد. این رصدگر به دنبال آن است که عکسی از این مثلث بگیرد که کمترین مساحت از آسمان را اشغال کرده باشد. این رصدگر بعد از تلاش‌های بسیار توانسته است عکس زیر را بگیرد که با توجه به این که ستارگان وگا و الطیر در دو گوشه تصویر هستند و ستاره دنب نیز بر روی ضلع بالای آن است کمترین مساحت را از آسمان اشغال کرده است.



مختصات این سه ستاره به صورت زیر است:

$$\text{Vega: } \alpha = 18 \ 37^m = 38,8^\circ$$

$$\text{Altair: } \alpha = 19 \ 51^m = 8,9^\circ$$

$$\text{Deneb: } \alpha = 20 \ 42^m = 45,3^\circ$$

(الف) با استفاده از مختصات این سه ستاره ابعاد عکس را به دست بیاورید. (ابعاد زاویه‌ای پیکان‌های روی عکس را به دست آورید) (۱۱۰ نمره)

(ب) مساحت این عکس چند استرادیان است؟ (۶۰ نمره)

زاویه  $\eta$  داخل پاسخ‌ها همان زاویه Deneb- Vega- Altair هست.

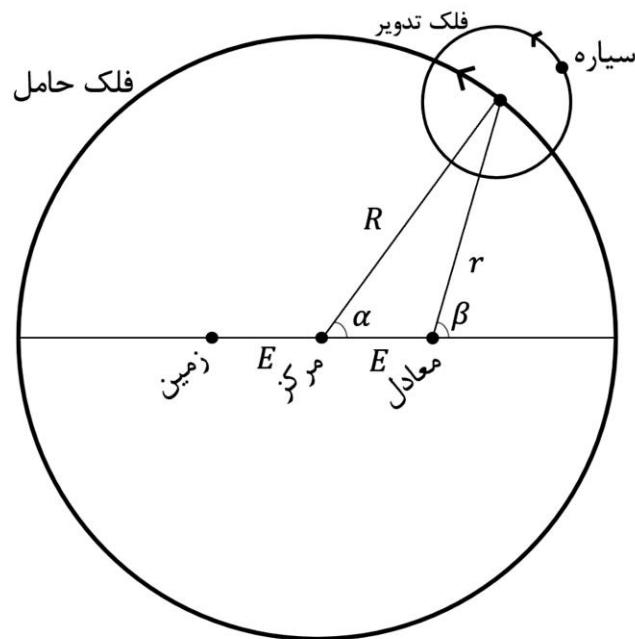


محاسبات و نکته‌های مهم



سؤال دهم: (۱۴۰ نمره)

یکی از اولین مدل‌های پیشنهاد شده در کتاب بطليموس برای توضیح حرکت سیارات در نظریه زمین مرکزی فلک تدویر است. در این مدل سیاره بر روی یک فلک تدویر حرکت می‌کند که مرکز این فلک مطابق شکل زیر روی محیط فلک حامل به مرکزیت زمین قرار دارد. این مدل تا مدت‌ها مورد استفاده قرار گرفت، اما در مواردی با شواهد رصدی متناقض بود و یا پیش‌بینی‌های آن برای پدیده‌های نجومی اشتباه بودند. در طی زمان اصلاحاتی در این مدل صورت گرفت. در اولین قدم مرکز دایره فلک حامل را نقطه‌ای غیر از زمین قرار دادند. این مدل نیز تا مدت‌ها مورد قبول بود تا آن‌که با دقیق‌تر شدن مشاهدات، این مدل نیز در توضیح بعضی مسائل، مثل تغییر سرعت زاویه‌ای سیاره در فواصل مختلف از زمین، ناتوان ماند.



در مرحله بعدی از اصلاح، نقطه معادلی پیشنهاد شد که نسبت به مرکز دایره فلک حامل در نقطه مقابل زمین و در همان فاصله از مرکز قرار دارد (نقطه معادل در شکل). مرکز فلک تدویر نسبت به نقطه مرکز همواره فاصله ثابت (R) دارد، اما سرعت زاویه‌ای حرکت آن  $(\Omega = \frac{d\beta}{dt})$  نسبت به نقطه معادل ثابت است.

الف) با نوشتن روابط هندسی بین پارامترهای شکل، روابط زیر را اثبات کنید. (۳۵ نمره)

$$\tan(\beta) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha) - \frac{E}{R}}$$

$$E \sin(\beta) = R \sin(\beta - \alpha)$$



محاسبات و نکته‌های مهم





ب) از آنجایی که سرعت زاویه‌ای حول نقطه معادل ثابت است ( $\Omega = \text{ثابت}$ )، سرعت زاویه‌ای حول مرکز با زمان تغییر می‌کند و این تغییر سرعت زاویه‌ای مشاهده شده توسط ناظران زمینی را توجیه می‌کند. با مشتق‌گیری از روابط هندسی و نتایج قسمت الف رابطه زیر را اثبات کنید. (۳۵ نمره)

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\dot{r}}{E \sin(\beta)}$$

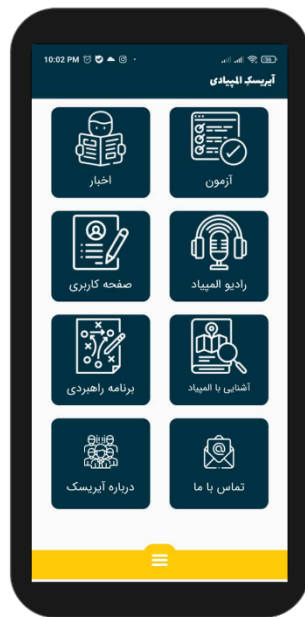
ج) بار دیگر از روابط هندسی قسمت الف استفاده کرده و رابطه‌ای برای  $\dot{r}$  بر حسب  $\alpha$ ،  $E$ ،  $\Omega$  و  $\beta$  به دست آورید. با جایگذاری این رابطه در رابطه قسمت ب و حذف  $\dot{r}$ ، رابطه زیر را اثبات کنید. (۴۵ نمره)

$$\omega(t) = \left[ 1 - \frac{\frac{E}{R} \cos(\Omega t)}{\sqrt{1 - \left(\frac{E}{R} \sin(\Omega t)\right)^2}} \right] \Omega$$

د) با داشتن  $\frac{E}{R} = 0.2$ ، نسبت  $\frac{\omega}{\Omega}$  را بر حسب  $\Omega t$  رسم کنید (نمودار را برای پنج نقطه با فاصله یکسان در بازه صفر تا  $2\pi$  رسم کنید). (۲۵ نمره)



محاسبات و نکته‌های مهم



○ آشنایی و برنامه ریزی المپیادهای علمی

○ اطلاع رسانی تمام اخبار المپیادی کشور

○ مشاوره و کلاسهای آنلاین

○ آزمونهای آنلاین المپیاد

○ معرفی منابع و فروشگاه کتاب آنلاین



برای دریافت، تصویر بالا را اسکن یا  
"المپیاد ایرپسک" را جستجو کنید.



@irysccom



@irysc



iran.olympiad